

普通物理 A2 期末复习

总结

振动

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, \varphi_0 = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right), T = \frac{2\pi}{\omega}, \gamma = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2, E_k = \frac{1}{2} m v^2, v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi), E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

波

$$v = \lambda f \text{ 或 } u = \lambda \gamma, y = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

$$\text{干涉, 振幅最大 } \Delta\varphi = 2k\pi, \text{ 最小 } \Delta\varphi = 2(k + \frac{1}{2})\pi$$

$$\text{功率 } P = \frac{W}{t}$$

$$\text{驻波 } y = y_1 + y_2 = 2A \cos(2\pi \frac{x}{\lambda}) \cos(2\pi \frac{t}{T})$$

$$\text{能流密度 } I = \frac{P}{S}$$

$$\text{波腹 } x = \frac{1}{2} k \lambda, \text{ 波节 } x = \frac{1}{2} (k + \frac{1}{2}) \lambda, \Delta x = \frac{1}{2} \lambda$$

$$\text{能量密度 } w = \frac{I}{v}$$

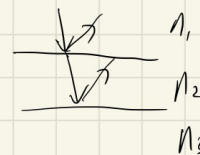
半波损失. 波疏 \rightarrow 波密, 反射 $+\pi$
 $n_1 \quad n_2$

光

$$\text{双缝 } \delta = \frac{d}{D} x \text{ 明 } x = \pm k \frac{D}{d} \lambda, \text{ 暗 } x = \pm (k + \frac{1}{2}) \frac{D}{d} \lambda, \Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$

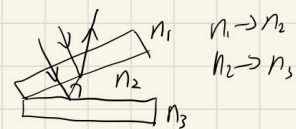
$$\text{相位差 } \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} \text{ 光程差, } 2\pi \Leftrightarrow 1\lambda$$

$$\text{等倾干涉 } \delta = 2d n_2 + \frac{\lambda}{2}, \text{ 明 } \delta = k\lambda, \text{ 暗 } \delta = (k + \frac{1}{2})\lambda$$



等厚干涉

$$\text{劈尖 } \delta = \text{同上, 明, 暗同上}$$



$$\text{距离 } [\sin\theta = \frac{\lambda}{2} \text{ (相邻明纹的高度差 } \Delta d = \frac{1}{2} \lambda)]$$

牛顿环

$$\delta \text{ 同上, 明, 暗同上}$$

$$\text{明环 } r^2 = (k + \frac{1}{2}) R \lambda, \text{ 暗环 } r^2 = k R \lambda$$

$$\text{曲率半径 } R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m \lambda}$$

迈克尔逊

$$\Delta x = \frac{1}{2} k \lambda \text{ 或 } \frac{1}{2} N \lambda$$

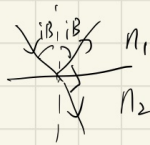
单缝衍射明纹 $\delta = L = a \sin \theta = \pm (k + \frac{1}{2}) \lambda$, 曰 $a \sin \theta = \pm k \lambda$, a 是缝宽
 中央明纹角宽度 $2\theta = \frac{2\lambda}{a}$, 半角宽度 $\theta = \frac{\lambda}{a}$, 宽度 Δx 满足 $\delta = L = a \sin \theta = a \frac{\Delta x}{f} = \lambda$
 光栅 $(a+b) \sin \theta = \pm k \lambda \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda f}{a}$, f 焦距.

缺级 k : 满足 $\begin{cases} d \sin \theta = k \lambda \\ a \sin \theta = k' \lambda \end{cases}, k' = \pm 1, \pm 2, \dots$

最大级: 取 $\theta = 90^\circ, \sin \theta = 1, k_{\max} = \lfloor \frac{d}{\lambda} \rfloor$

偏振 $I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$.

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$$



折射 $\sin \theta_1 \cdot n_1 = \sin \theta_2 \cdot n_2$

相对论

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad l = l_0 \sqrt{1-\beta^2}, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$t \uparrow \quad \quad \quad l \downarrow \quad \quad \quad m \uparrow$

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2, \quad E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2$$

量子力学

$$p = m_0 v, \quad M_0 = 0 T^4, \quad E = h \nu$$

光电效应 $E_k = \frac{1}{2} m v_m^2 = e U_a$ U_a : 遏止电压

$$E = h \nu = E_k + A \quad A: \text{逸出功}$$

$$E_k = 0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{A}{h} \quad \nu_0: \text{截止频率}$$

里德伯 $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), k < n$.

能级 $E_n = \frac{E_1}{n^2}, E_1 = -13.6 \text{ eV}$

德布罗意 $E = h \nu, p = \frac{h}{\lambda}$

第十章 机械振动和电磁振荡

10-1 谐振动

弹簧振子的谐振动

(2) 弹簧振子的谐振动

振子在弹簧提供的指向平衡位置的线性回复力 $F = -kx$ 作用下在平衡位置附近作周期往复的运动，其中 k 是弹簧的劲度系数，负号表示力和位移的方向相反。

物体的加速度

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x$$

即作谐振动物体的加速度大小总是与物体对其平衡位置的位移成正比，方向相反。

谐振动的运动方程（特征式）为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

位移表达式（运动学方程）为

$$x = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

位移 速度 加速度

(3) 谐振动的位移、速度、加速度与时间的关系

位移

$$x = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

速度

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi_0) = -v_m \sin(\omega t + \phi_0)$$

加速度

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi_0) = -a_m \cos(\omega t + \phi_0)$$

式中， v_m 和 a_m 称为速度幅值和加速度幅值。物体做谐振动时，其速度和加速度也随时间作周期性变化

若在振动的起始时刻，即在 $t=0$ 时，物体的初位移为 x_0 、初速度为 v_0 ，则可求得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, \phi_0 = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

振动物体在 $t=0$ 时的位移 x_0 和速度 v_0 称为振动的初始条件

特征量

2) 描述谐振动的特征量

(1) 振幅

振幅是指作谐振动的物体离开平衡位置的最大位移的绝对值 A 。

(2) 周期

周期是指完成一次完整振动所经历的时间，用 T 来表示。

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

(3) 振动频率

振动频率是指单位时间内物体所作的完全振动的次数，用 ν 或 f 表示，单位为赫兹，符号是 Hz 。

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

(4) 角频率

角频率是指物体在 2π 秒时间内所作的完全振动次数，也称圆频率，用 ω 表示，单位是 rad/s 。对于弹簧振子

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

(5) 相位

相位： $\omega t + \phi_0$

初相位： ϕ_0

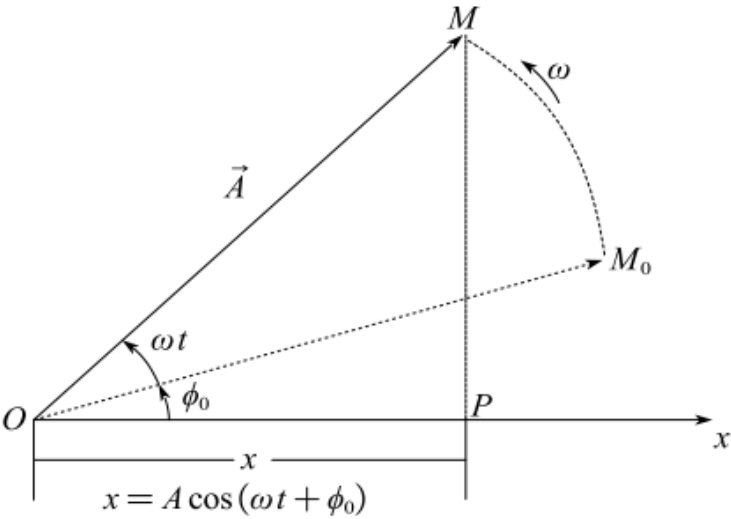
相位差：两个同频率谐振动 $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_{10})$ 和 $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_{20})$ 的相位差为

$$\Delta\phi = (\omega t + \phi_{20}) - (\omega t + \phi_{10}) = \phi_{20} - \phi_{10}$$

其中， $\Delta\phi = 2k\pi$ 时称两个振动同相； $\Delta\phi = (2k+1)\pi$ 时，称两个振动反相。

旋转矢量法

3) 谐振动的旋转矢量图示法

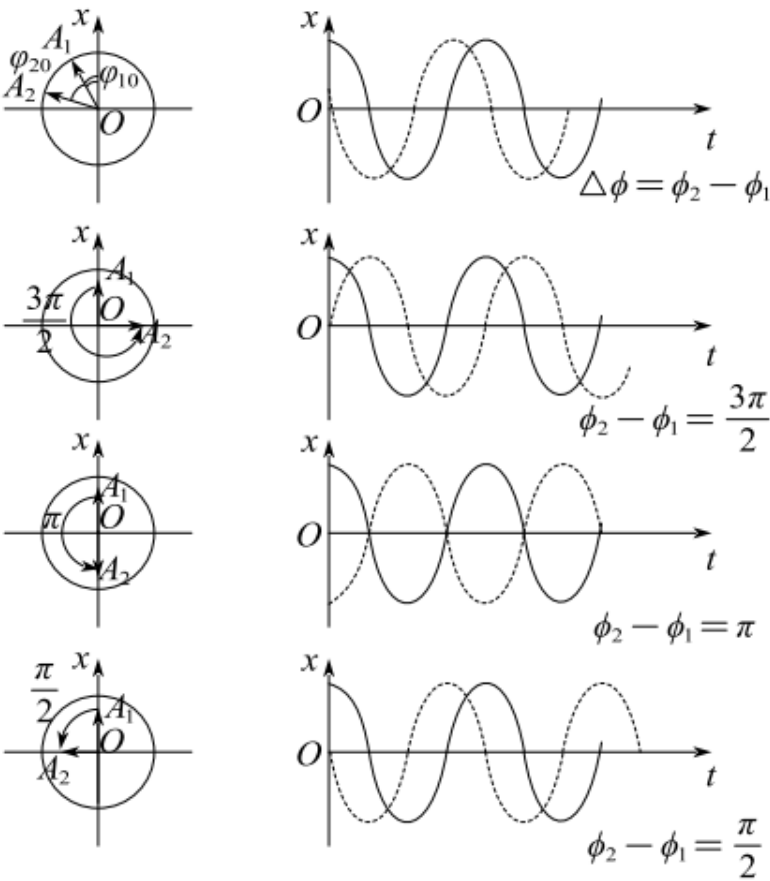


谐振动的矢量图示法

矢量 \vec{A} 的末端在 Ox 轴上的投影点 P 的位移

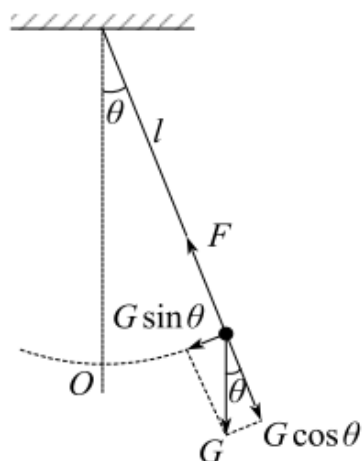
$$x = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

其中，矢量 \overrightarrow{OM} 的长度即振动的振幅 A ， 矢量旋转的角速度 ω 为振动的角频率，
矢量与 Ox 轴的夹角为振动的相位，而 $t = 0$ 时矢量与 x 轴的夹角 ϕ_0 为初相位。



用旋转矢量表示两个谐振动的相位差

单摆



单摆

单摆是指一根不会伸缩的细线，上端固定(或一根刚性轻杆，上端与无摩擦的铰链相连)，下端悬挂一个很小的重物，把重物略加移动后可在竖直平面内来回摆动的装置. 若摆线长为 l ，则有

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta = -\omega^2\theta, \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

角谐振动表达式

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \phi_0)$$

式中， θ_m 是最大角位移，即角振幅， ϕ_0 为初相位，它们均由初始条件决定。

能量

5) 谐振动的能量

(1) 谐振动的动能和势能

$$E_k = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi_0)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \phi_0)$$

说明：物体作谐振动时，其动能和势能均随时间作周期性变化，位移最大时，势能达最大值，动能为零；物体通过平衡位置时，势能为零，动能达最大值，且总能量守恒。

(2) 总机械能

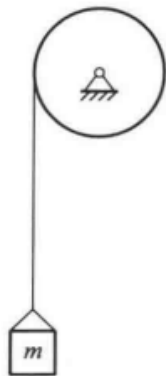
244

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

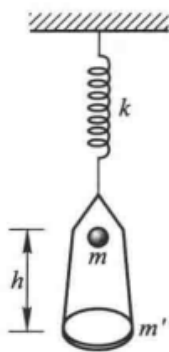
说明：谐振系统在振动过程中的动能和势能虽然分别随时间而变化，但总的机械能在振动过程中却是常量。谐振动系统的总能量和振幅的平方成正比。

题：振动方程

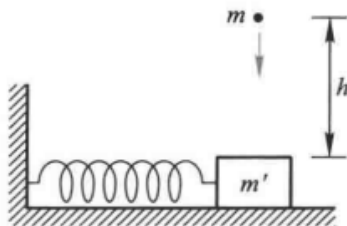
10-7 一质量为 m' 的盘子刚性连接于竖直悬挂的轻弹簧下端，弹簧的劲度系数为 k ，如习题 10-7 图所示。现有一质量为 m 的物体自离盘 h 高处自由落下掉在盘上，没有反弹，以物体掉在盘上的瞬时作为计时起点，求盘子的运动学方程。（取物体掉在盘子后的平衡位置为坐标原点，位移以向下为正。）



习题 10-6 图



习题 10-7 图



习题 10-8 图

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

$$mv_0 = (m+m')v_1, v_1 = \frac{m}{m+m'}v_0 = \frac{m}{m+m'}\sqrt{2gh}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+m'}} = \sqrt{\frac{k}{m+m'}}, x_0 = \Delta x = \frac{mg}{k}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{m^2 g^2}{k^2} + \frac{\frac{m^2}{(m+m')^2} 2gh}{\frac{k}{m+m'}}} = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{(m+m')g}}$$

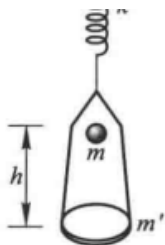
$$\varphi_0 = \arctan\left(-\frac{v_1}{\omega x_0}\right) = \arctan\left(-\frac{\frac{m}{m+m'}\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{k}{m+m'}} \frac{mg}{k}}\right) = \arctan\left(-\sqrt{\frac{2kh}{g(m+m')}}\right)$$

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0), \text{ 代入即可. } \quad \quad \quad = \arctan\left(\sqrt{\frac{2kh}{g(m+m')}} + \pi\right)$$

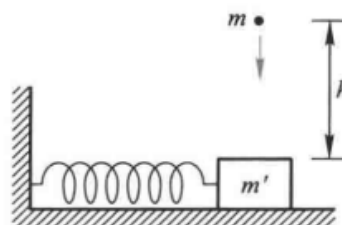
题：振动能量



习题 10-6 图



习题 10-7 图



习题 10-8 图

10-8 一个光滑水平面上的弹簧振子, 弹簧的劲度系数为 k , 所系物体的质量为 m' , 振幅为 A . 有一质量为 m 的小物体从高度 h 处自由下落, 如习题 10-8 图所示. (1) 当振子在最大位移处, 物体正好落在 m' 上, 并粘在一起, 这时系统的振动周期、振幅和振动能量有何变化? (2) 如果小物体是在振子到达平衡位置时落在 m' 上, 这些量又怎样变化?

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, T = \frac{2\pi}{\omega}, A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, E = \frac{1}{2} k A^2$$

(1) $m+m' \rightarrow m, m \uparrow, \omega \downarrow, T \uparrow$.

$v_0 = 0$ 不变, A 不变, E 不变

(2) 同理, $T \uparrow$

$$m'v_0 = (m+m')v_1, v_1 = \frac{m'}{m+m'}v_0$$

$$\text{平衡位置, } x_0 = 0, A' = \sqrt{0 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \frac{v_1}{\omega} = \frac{\frac{m'}{m+m'}v_0}{\sqrt{\frac{k}{m+m'}}} = \sqrt{\frac{m'}{m+m'}} A$$

$$E' = \frac{1}{2} k A'^2 = \frac{m'}{m+m'} E$$

10-5 一维谐振动的合成

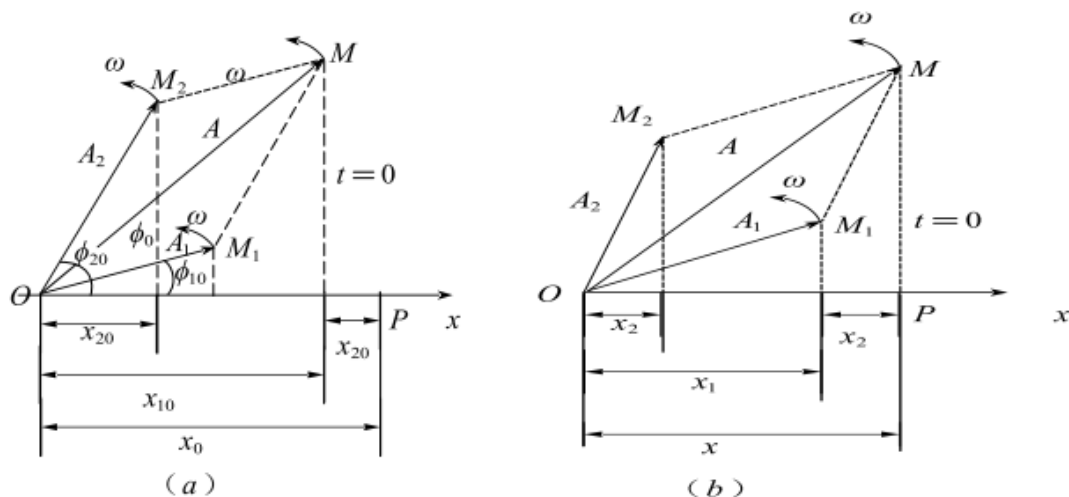
同频率的合成

1) 同一直线上两个同频率的谐振动的合成

一条直线上两个独立的同频率谐振动，它们的振幅和初相位不同，会形成一定的合运动。因位移为矢量，合位移可由代数和算出：

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \phi_{10}) + A_2 \cos(\omega t + \phi_{20}) = A \cos(\omega t + \phi_0)$$

式中， A_1 、 A_2 、 ϕ_{10} 、 ϕ_{20} 分别为原来两个谐振动的振幅和相位。



合成后，振幅和初相位变化为：

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_{20} - \phi_{10})}$$

$$\tan\phi_0 = \frac{A_1\sin\phi_{10} + A_2\sin\phi_{20}}{A_1\cos\phi_{10} + A_2\cos\phi_{20}}$$

说明：合振动仍是谐振动，其振动方向和频率都与原来的两个振动相同。

常用到的两种合成是同相振动的合成以及反相振动的合成，分别对应合振动振幅的最大值和最小值。

同相合振动：

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = A_1 + A_2$$

反相合振动：

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = |A_1 - A_2|$$

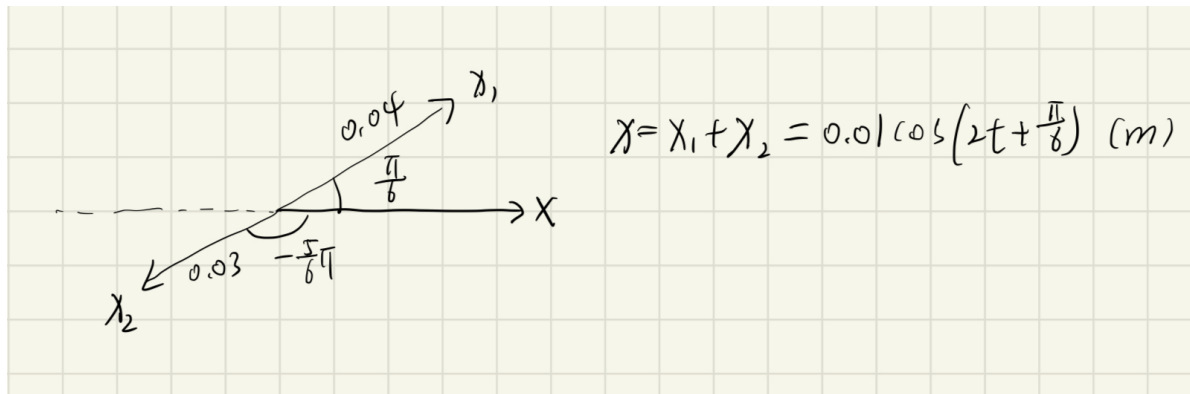
题：振动合成

10-22 一个质点同时参与两个在同一直线上的谐振动：

$$x_1 = 0.04 \cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x_2 = 0.03 \cos\left(2t - \frac{5}{6}\pi\right)$$

试求其合振动的运动学方程(式中 x 以 m 计, t 以 s 计)。



题：振动合成

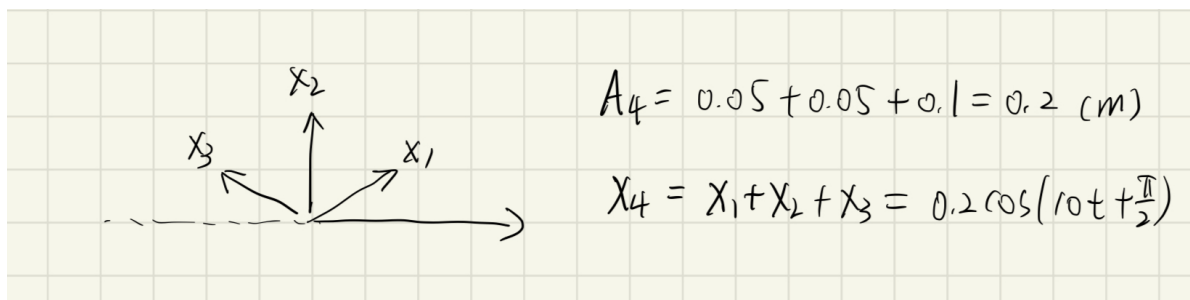
10-24 三个同方向、同频率的谐振动为

$$x_1 = 0.1 \cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x_2 = 0.1 \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x_3 = 0.1 \cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

式中 x 的单位为 m, t 的单位为 s. 试利用旋转矢量法求出合振动的表达式。



第十一章 机械波和电磁波

11-1 机械波的产生和传播

条件 特点 几何描述 特征量

1) 机械波产生的条件

波源和弹性介质。

2) 横波和纵波

横波：质点振动方向与波传播方向垂直，如水波，绳索的振动传播。

纵波：质点振动方向与波传播方向平行，如声波。

简谐波：作谐振动的波，任一机械波都可以看成是简谐波的合成。

3) 波阵面和波射线

(1) 波阵面（波面）

波面：某一时刻振动相位相同的点连成的面，波面是同相面。

波前：传播方向最前面的波面。

平面波：波阵面是平面的波动。

球面波：波阵面是球面的波动。

(2) 波射线（波线）

波射线是指波的传播方向。

4) 波长、频率和波速间的关系

振幅 A ：每个质点振动的振幅；

波长 λ ：同一波线上相邻的振动状态相同的质点间距离；

周期 T ：波传过一个波长的时间，或一个完整的波通过波线上某点所需的时间。周期的倒数称为频率 ν ；

波速 u ：单位时间内振动状态传播的距离。波速也是相速；

波长、频率和波速间的关系： $u = \nu\lambda$

11-2 平面简谐波的波函数

波函数 物理意义 表示形式

1) 波函数

波函数表示介质中各质点的振动状态随时间变化的关系。

2) 平面简谐波的波函数

(1) 波函数的表达式

对于传播的波面为平面的平面简谐波,波线上任一点(距原点为 x)处的质点任一瞬时的位移,称为沿 Ox 轴正方向前进的平面简谐波的波函数,表达式为:

$$y(x,t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{u} \right) + \phi_0 \right]$$

其中 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 更为角频率, ϕ_0 为初相位。

沿 Ox 轴负方向前进的平面简谐波的波函数,表达式为:

$$y(x,t) = A \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{u} \right) + \phi_0 \right]$$

(2) 波函数的物理意义

波函数反映了波的时间、空间双重周期性: 在给定 x 时, 波函数给出 x 处质点的周期谐振动; 在给定 t 时, 波函数给出 t 时刻的简谐振动波形; 在 x 和 t 都变化时, 波函数表示波线上各个不同质点在不同时刻的位移。

(3) 波函数的其他表示形式

波函数是行波, 其他表示形式有

$$y = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda} \right) + \phi_0 \right] = A \cos \left[2\pi \left(vt \mp \frac{x}{\lambda} \right) + \phi_0 \right]$$

$$y = A \cos \left[\omega t \mp \frac{2\pi x}{\lambda} + \phi_0 \right] = A \cos [\omega t \mp kx + \phi_0]$$

式中, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 称为角波数, 表示单位长度上波相位变化。

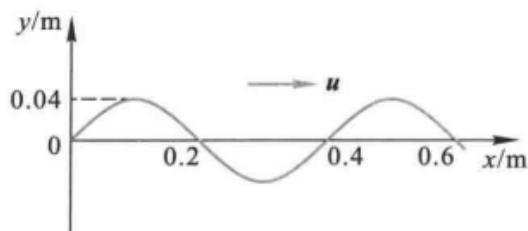
题: 波函数

11-7 一平面简谐波在 $t=0$ 时的波形曲线如习题 11-7 图所示, 波速 $u=0.08 \text{ m/s}$ 。

(1) 写出该波的波动表达式; (2) 画出 $t = \frac{T}{8}$ 时的波形曲线。

11-8 一列沿 x 正向传播的简谐波, 已知 $t_1=0$ 和 $t_2=0.25 \text{ s}$ 时的波形如习题 11-8 图所示。试求

(1) P 的振动表达式; (2) 此波的波动表达



习题 11-7 图

$$(1) \lambda = 0.4 \text{ m}$$

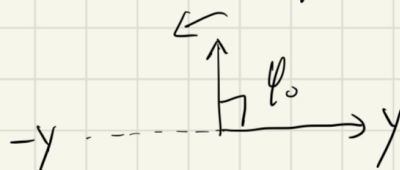
$$A = 0.04 \text{ m}$$

$$T = \frac{\lambda}{u} = \frac{0.4}{0.08} = 5 \text{ s}$$

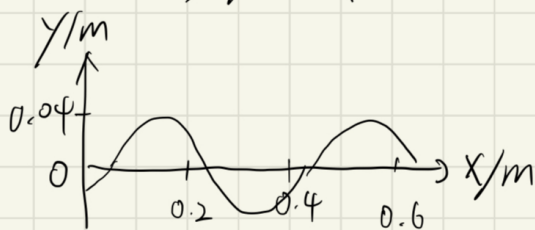
$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$y = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right] = 0.04 \cos \left(\frac{2}{5} \pi t - 5x + \frac{\pi}{2} \right)$$

$x=0$ 处质点的矢量图
该点正在向 $-y$ 行进



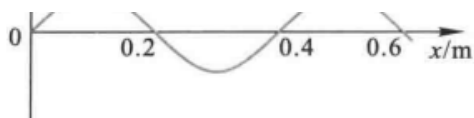
$$(2) t = \frac{T}{8}, y=0 \text{ 时 } x = \frac{1}{8} \lambda.$$



题：波函数

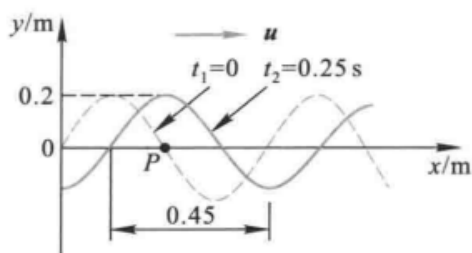
11-8 一列沿 x 正向传播的简谐波, 已知 $t_1=0$ 和 $t_2=0.25 \text{ s}$ 时的波形如习题 11-8 图所示. 试求

(1) P 的振动表达式; (2) 此波的波动表达式; (3) 画出坐标原点的振动曲线.

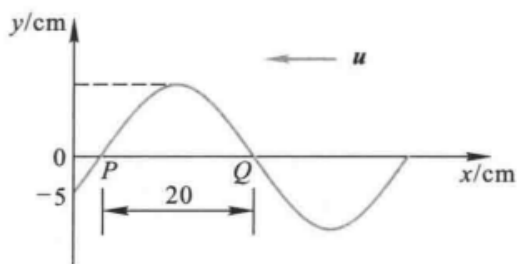


习题 11-7 图

11-9 已知一沿 x 轴负方向传播的平面余弦波, 在 $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ 时的波形如图所示, 且周期 $T = 2 \text{ s}$. (1) 写出 O 点的振动表达式; (2) 写出此波的波动表达式; (3) 写出 Q 点的振动表达式.



习题 11-8 图



习题 11-9 图

11-8

(1) $A = 0.2 \text{ m}$

$$\lambda = 0.45 \times \frac{4}{3} = 0.6 \text{ m}$$

$$T = 0.25 \times 4 = 1 \text{ s}$$

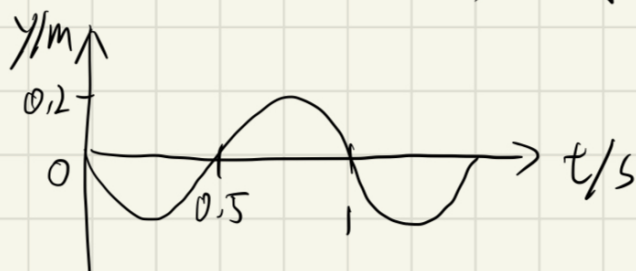
$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ 求法同 11-7}$$

$$x = 0.30 \text{ m}$$

$$\text{代入, 得 } y = 0.2 \cos(2\pi t - \frac{\pi}{2})$$

(2) 代入, 得 $y = 0.2 \cos(2\pi t - \frac{10}{3}\pi x + \frac{\pi}{2})$

(3) 代入 ($x=0, t=t$), 得 $y = 0.2 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$



11-9 补充条件: $A = 10 \text{ cm}$

$$T = 2 \text{ s}, \lambda = 40 \text{ cm}, \varphi_0(t = \frac{1}{3} \text{ s}) = -\frac{2}{3}\pi$$

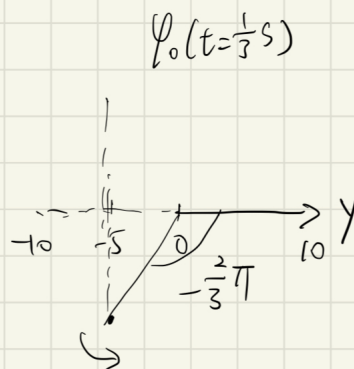
(1) 代入, 得 $y = 10 \cos[2\pi(\frac{t-\frac{1}{3}}{2} + \frac{x}{40}) - \frac{2}{3}\pi]$

$$y(x=0) = 10 \cos(\pi t - \pi)$$

(2) $y = 10 \cos(\pi t + \frac{\pi}{20}x - \pi) \text{ cm}$

(3) $x_Q = \frac{10}{3} + 20 = \frac{70}{3} \text{ cm}$

$$y(x = \frac{70}{3}) = 10 \cos(\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ cm}$$



11-4 波的能量 波的强度*

波的能量

1) 波的能量

在介质中任取体积为 ΔV 质量为 Δm ($\Delta m = \rho \Delta V$, ρ 为介质的体密度) 的质元, 当波动传播到这个质元时, 该质元将具有动能 ΔE_k 和弹性势能 ΔE_p

$$\Delta E_k = \Delta E_p = \frac{1}{2} \rho \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \left[\omega \left(t - \frac{x}{u} \right) + \phi_0 \right]$$

质元的总机械能 ΔE :

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = \rho \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \left[\omega \left(t - \frac{x}{u} \right) + \phi_0 \right]$$

能量密度

$$w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

平均能量密度

$$\bar{w} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$$

式中, ρ 是介质的密度。

波的强度

2) 波的强度

能流: 单位时间通过介质某面积的能量。

平均能流密度 (波的强度): 通过与波动传播方向垂直的单位面积的平均能流。

$$I = \bar{w}u = \frac{1}{2} \rho u A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} Z A^2 \omega^2$$

其中, $Z = \rho u$ 为介质的特性阻抗, 是表征介质特性的一个常量。

11-6 电磁波

性质

1) 电磁波的辐射和传播

电磁波是横波，由交替变化的电场和磁场产生，是电场强度 \vec{E} 和磁场强度 \vec{H} 在空间的传播。

2) 电磁波的性质

(1) 电磁波是横波

\vec{E} 和 \vec{H} 和传播方向构成右手螺旋关系；

(2) 电磁波具有偏振性

偏振是指 \vec{E} 和 \vec{H} 分别在各自平面内振动；

(3) \vec{E} 和 \vec{H} 同相位

(4) \vec{E} 和 \vec{H} 的量值成比例

$$\sqrt{\varepsilon} E = \sqrt{\mu} H$$

(5) 传播速度

$$u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}; \text{ 在真空中为光速, 即 } 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$$

能量*

不要求计算

3) 电磁波的能量

辐射能：电磁波所携带的电磁能量。

(1) 能量密度

$$\text{电场和磁场的能量体密度分别为: } w_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2, \quad w_m = \frac{1}{2} \mu H^2$$

电磁波所携带的总电磁能(即辐射能)密度为：

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2} (\varepsilon E^2 + \mu H^2)$$

式中 ε 和 μ 分别为介质的介电常量和磁导率；

(2) 能流密度矢量

又称为坡印廷矢量，表示在单位时间内通过垂直于传播方向的单位面积的辐射能， $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ ；

11-7 惠更斯原理

惠更斯原理

1) 惠更斯原理

在波的传播过程中，波阵面(波前)上每一点都可看作是发射子波的波源，在其后的任一时刻，这些子波的包迹成为新的波阵面。

优点：惠更斯原理给出了波的传播规律，可以解释波的直线传播、反射、折射、双折射、衍射等现象。

缺点：不能说明各个子波在传播中对某一点振动的相位和振幅的贡献度。

11-8 波的叠加原理 干涉 驻波

波的叠加 干涉

1) 波的叠加原理

波的叠加原理：在几个波相遇的区域内，任一时刻某处质点的振动位移是各个波在该点所引起的位移的矢量和。

2) 波的干涉

干涉现象：两列频率相同、振动方向相同、相位差恒定的简谐波在空间区域相遇，该区域不同的点，有着不同的恒定相位差，因而在某些点振动始终加强，在另一些点振动始终减弱或完全抵消。

干涉现象可由波的叠加原理定量解释。设两列相干波在某点 P 相遇，两波引起 P 的振动分别为

$$y_1 = A_1 \cos\left(\omega t + \phi_{10} - \frac{2\pi r_1}{\lambda}\right)$$

$$y_2 = A_2 \cos\left(\omega t + \phi_{20} - \frac{2\pi r_2}{\lambda}\right)$$

可得到 P 点波强度

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\phi$$

式中, $\Delta\phi = \phi_{20} - \phi_{10} - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}$ 为两波在 P 的位相差, 可见波强度随空间位置的变化。

合振幅最大为 $A = A_1 + A_2$, 其条件为:

$$\Delta\phi = \phi_{20} - \phi_{10} - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = 2k\pi, (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

合振幅最小为 $A = |A_1 - A_2|$, 其条件为:

$$\Delta\phi = \phi_{20} - \phi_{10} - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = (2k + 1)\pi, (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

对于同相相干波源, $\phi_{20} = \phi_{10}$:

合振幅最大为条件为:

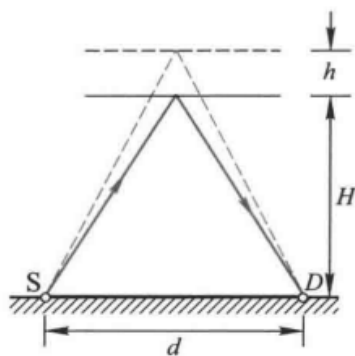
$$\delta = r_2 - r_1 = k\lambda, (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

合振幅最小条件为:

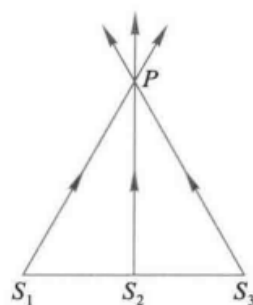
$$\delta = r_2 - r_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

说明: 两列相干波源为同相位时, 在两列波的叠加区域内, 在波程差等于零或等于波长的整数倍的各点, 振幅最大; 在波程差等于半波长的奇数倍的各点, 振幅最小。

题: 波的叠加



习题 11-25 图



习题 11-26 图

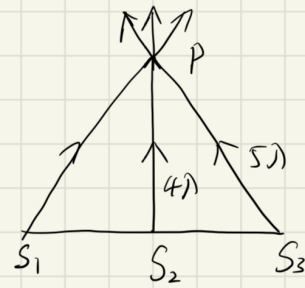
11-26 如习题 11-26 图所示, 三个同频率、振动方向相同(垂直纸面)的简谐波, 在传播过程中于 P 点相遇. 若三个简谐波各自单独在 S_1 、 S_2 和 S_3 点的振动表式分别为: $y_1 = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, $y_2 = A\cos\omega t$ 和 $y_3 = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$. 如 $S_2P = 4\lambda$, $S_1P = S_3P = 5\lambda$ (λ 为波长). 求 P 点的合振动表式(设传播过程中各波的振幅不变).

答案中 2π 后应加括号

11-26

在P点处, S_1 和 S_3 的 $\Delta\varphi = \pi$, 反相

$$y_P = y_{S_2}(4\lambda, t) = A \cos\left[2\pi \frac{t}{T} - \frac{4\lambda}{\lambda}\right] \\ = A \cos \omega t$$



驻波

(1) 概念

驻波: 各质点只有段与段之间的相位突变, 没有振动状态或相位的逐点传播。

波节: 驻波中始终静止不动的点。

波腹: 振幅最大的各点。

把沿 Ox 轴的正方向传播的波写为

$$y_1 = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

把沿 Ox 轴的负方向传播的波写为

$$y_2 = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

其合成波为

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t$$

(2) 位置的判断

波腹的位置

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = k\lambda, (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$x = k \frac{\lambda}{2}$$

相邻两个波腹间的距离

$$x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda}{2}$$

波节的位置:

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = (k + \frac{1}{2})\pi, (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$x = (2k+1) \frac{\lambda}{4}$$

可见相邻两个波节之间的距离 $\frac{\lambda}{2}$

题: 驻波

11-28 两个波在一很长的弦线上传播. 设其波动表达式为

$$y_1 = 0.06 \cos \frac{\pi}{2} (2.0x - 8.0t) \quad (\text{SI 单位})$$

$$y_2 = 0.06 \cos \frac{\pi}{2} (2.0x + 8.0t) \quad (\text{SI 单位})$$

求: (1) 合成波的表达式; (2) 波节和波腹的位置.

11-28

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t & A=0.06, \lambda=2, T=\frac{1}{2} \\ &= 2 \times 0.06 \times \cos \frac{2\pi}{2} x \cos \frac{2\pi}{2} t \\ &= 0.12 \cos \pi x \cos 4\pi t \end{aligned}$$

$$(2) \quad \text{波腹 } x = k \frac{\lambda}{2} = k, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\text{波节 } x = (2k+1) \frac{\lambda}{4} = \frac{2k+1}{2}, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

半波损失

5) 半波损失

相距半波长的两点相位差为 π 的相位突变。

波密介质：密度 ρ 与波速 u 的乘积 ρu 较大的介质。

波疏介质：密度 ρ 与波速 u 的乘积 ρu 较小的介质。

光密介质：折射率 n 较大的介质。

光疏介质：折射率 n 较小的介质。

当波从波疏介质传播到波密介质，在分界面处反射时，反射点出现波节，就是说，入射波在反射点反射时有相位 π 的突变

第十二章 光学

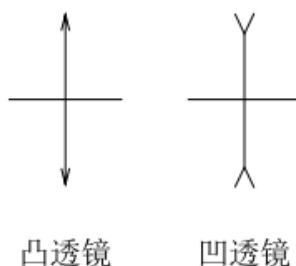
12-1 几何光学

薄透镜

薄透镜不会增加额外的光程

5) 薄透镜

若透镜的厚度比两球面的曲率半径小得多，这样的透镜称作薄透镜。



12-2 相干光

光源 单色光

1) 光源

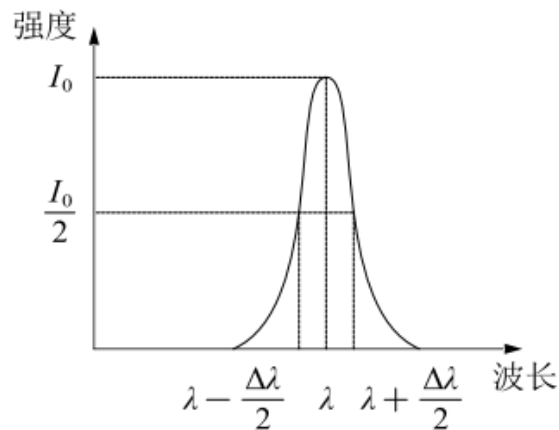
光源：发射光波的物体；

光波列：由原子发射的一段频率一定、振动方向一定、有限波长的光波

2) 单色光

单色光：具有单一频率的光波。

光谱曲线：以波长(或频率)为横坐标，强度为纵坐标作图. 其中谱线所对应的波长范围越窄，则称光的单色性越好。波长范围 $\Delta\lambda$ 当作谱线宽度，它是标志谱线单色性好坏的物理量。



相干光 条件 获得方法

相干叠加的满足条件：振动频率相同、振动方向相同、相位差恒定。

4) 相干光的获得方法

(1) 分波阵面法

由于同一波阵面上各点的振动具有相同相位，所以从同一波阵面上取出的两部分可以作为相干光源。

(2) 分振幅法

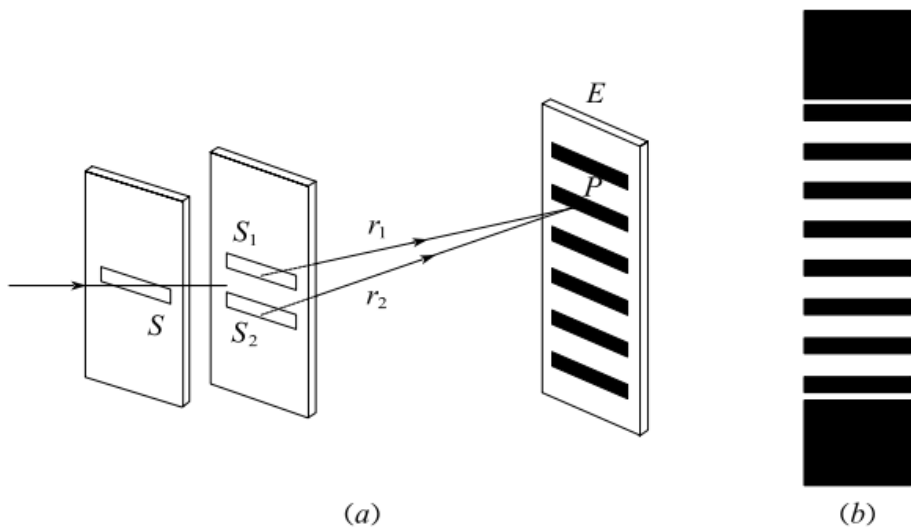
当一束光投射到两种介质的分界面上时，一部分反射、一部分透射，随着光能被分成两部分或若干份，光的振幅也同时被分成几份。

12-3 双缝干涉

杨氏双缝干涉

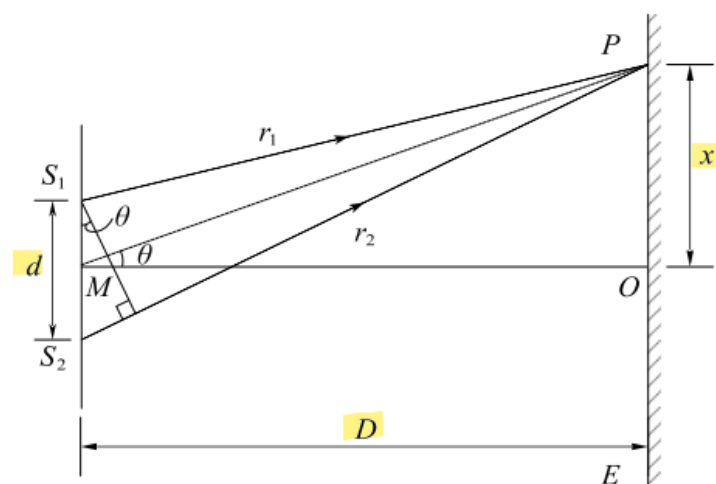
1) 杨氏双缝实验

让太阳光通过一针孔，再通过离这针孔一段距离的两个针孔，在两针孔后面的屏幕上得到干涉图样，继而发现，用相互平行的狭缝代替针孔，得到明亮得多的干涉条纹，这些干涉实验统称为杨氏实验。



条纹位置

2) 干涉明暗条纹的位置



干涉条纹计算用图

如果 $\delta = \frac{x a}{D} = \pm k \lambda$, P 点处为明纹, 即各级明纹中心离 O 点距离为

$$x = \pm k \frac{D \lambda}{d}$$

如果 $\delta = \frac{x d}{D} = \pm (k + \frac{1}{2}) \lambda$, P 点处为暗纹, 各级暗纹中心离 O 点距离为

$$x = \pm (k + \frac{1}{2}) \frac{D \lambda}{d}$$

两相邻明纹或暗纹的间距均为

$$\Delta x = \frac{D \lambda}{d}$$

所以干涉条纹是等距离分布的。

题：双缝干涉

12-9 在双缝干涉实验中, 两缝的间距为 0.6 mm, 照亮狭缝 S 的光源是汞弧灯加上绿色滤光片. 在 2.5 m 远处的屏幕上出现干涉条纹, 测得相邻两明条纹中心的距离为 2.27 mm. 试计算入射光的波长. 如果测量仪器只能测量 $\Delta x \geq 5$ mm 的距离, 则对此双缝的间距有何要求?

12-9 $d = 0.6 \text{ mm}$, $D = 2.5 \text{ m}$, $\Delta x = 2.27 \text{ mm}$

$$\Delta x = \frac{D \lambda}{d}, \quad 2.27 \times 10^{-3} = \frac{2.5 \lambda}{0.6 \times 10^{-3}}, \quad \lambda = 5.448 \times 10^{-7} \text{ m} = 544.8 \text{ nm}$$
$$d = \frac{D \lambda}{\Delta x} = \frac{2.5 \times 5.448 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-3}} = 2.724 \times 10^{-4} \text{ m}$$

题：双缝干涉

12-10 在双缝干涉实验中, 两缝相距 1 mm, 屏离缝的距离为 1 m, 若所用光源含有波长 600 nm 和 540 nm 两种光波. 试求:

习题 12-8 图

(1) 两光波分别形成的条纹间距; (2) 两组条纹之间的距离与级数之间的关系; (3) 这两组条纹有可能重合吗?

12-10 $d = 1\text{mm}$, $D = 1\text{m}$, $\lambda_1 = 600\text{nm}$, $\lambda_2 = 540\text{nm}$

(1) $\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$, $\Delta x_1 = \frac{1 \times 600 \times 10^{-9}}{1 \times 10^{-3}} = 6 \times 10^{-4}\text{m}$

$\Delta x_2 = 5.4 \times 10^{-4}\text{m}$

(2) $x_1 = \pm k \frac{D\lambda_1}{d} = \pm k \Delta x_1$, $k = 0, 1, 2, \dots$

$x_2 = \pm k \Delta x_2$, $k = 0, 1, 2, \dots$

$\Delta x_k = k(\Delta x_1 - \Delta x_2) = k \times 0.6 \times 10^{-4} = 6k \times 10^{-5}\text{m}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

(3) 若 λ_1 的 k 级与 λ_2 的 $k+1$ 级重合

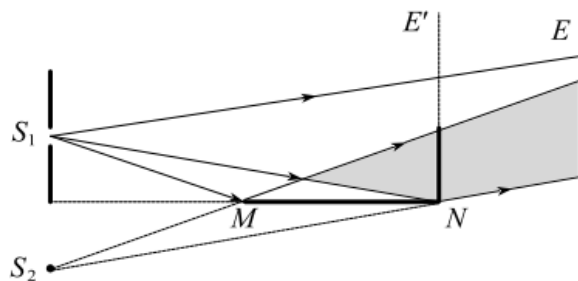
$k \frac{D\lambda_1}{d} = (k+1) \frac{D\lambda_2}{d}$, $k=9$, 有可能重合

洛埃镜

3) 洛埃德镜实验

(1) 实验简介

实验简图如图所示, MN 为一块平玻璃板, 用作反射镜, S_1 是一狭缝光源, 从光源发出的光波, 一部分掠射 (即入射角接近 90°) 到玻璃平板上, 反射光可看成是由虚光源 S_2 发出的, S_1 和 S_2 构成一对相干光源, 对于干涉条纹的分析与杨氏实验相同。



洛埃德实验简图

(2) 半波损失

光从光疏介质射到光密介质界面反射时, 在掠射 (入射角 $i \approx 90^\circ$) 或正入射 ($i \approx 0$) 的情况下, 反射光的相位较入射光的相位有 π 的突变, 这一变化导致于反射光的波程在反射过程中附加了半个波长, 故称为“半波损失”。

12-4 光程 光程差

光程

1) 光程

光波在某一介质中所经历光程 l 等于它的几何路程 x 与这介质的折射率 n 的

乘积 nx 。

光程差

2) 光程差

两相干光波在相遇点的相位差不是决定于它们的几何路程之差，而是决定于它们的光程差 $n_2 r_2 - n_1 r_1$ ，常用 δ 来表示光程差。

相位差可用光程差来表示，它们的关系是

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

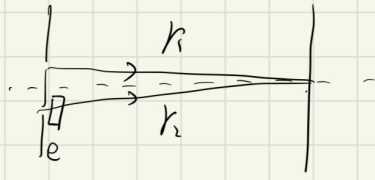
式中， λ 为光在真空中的波长。

题：光程

12-11 用很薄的云母片 ($n=1.58$) 覆盖在双缝实验中的一条缝上, 这时屏幕上的零级明条纹移到原来的第七级明条纹的位置上. 如果入射光波长为 550 nm , 试问此云母片的厚度为多少? (假设光通过云母片时不考虑折射引起的光线偏折.)

12-11

盖云母片前, $r_1 = r_2$
盖云母片后, $r_2' - r_1 = 7\lambda$
 $r_2' = r_2 - e + ne$
 $r_2' - r_1 = r_2 - e + ne - r_1 = -e + ne$
 $-e + ne = 7\lambda, e = 6.64 \times 10^{-3} \text{ mm}$



物像之间的等光程性

3) 物像之间的等光程性

从物点到像点的各光线经历相同的相位差, 即为经历相等的光程。使用透镜只能改变光波的传播情况, 但对物、像间各光线不会引起附加的光程差。

反射光的相位突变和附加光程差

4) 反射光的相位突变和附加光程差

如果两束光都是从光疏到光密界面反射或都是从光密到光疏界面反射, 则两束反射光之间无附加的相位差; 如果一束光从光疏到光密界面反射, 而另一束从光密到光疏界面反射, 则两束反射光之间有附加的相位差 π , 或者说有附加光程差 $\frac{\lambda}{2}$ 。对于折射光, 则任何情况下都不会有相位突变。

12-5 薄膜干涉

薄膜干涉：光波经薄膜两表面反射后相互叠加所形成的干涉现象。

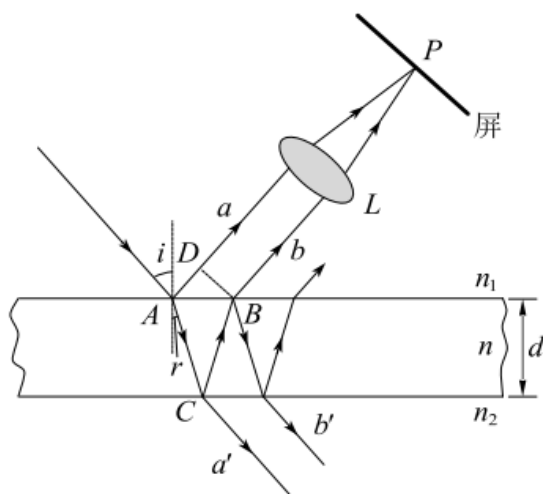
总结：干涉的明纹光程差 = $k\lambda$ ，暗纹光程差 = $(k + 1/2)\lambda$

等倾干涉

(1) 相干光光程差

一均匀透明的平行平面介质薄膜，其折射率为 n ，厚度为 d ，放在折射率为 n 的透明介质中，波长为 λ 的单色光入射到薄膜上表面，入射角为 i ， a 和 b 两束相干光的光程差为

$$\delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$



薄膜的干涉

(2) 干涉条纹的形成与光程差

反射光干涉：等倾干涉**明纹的光程差**的条件是

$$\delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

暗纹的光程差的条件是

$$\delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

小结：中心处的干涉级最高，越向外的圆环纹干涉级越低。从中央向外各相邻明环或相邻暗环间的距离也不相同。中央的环纹间的距离较大，环纹较稀疏，越向外，环纹间的距离越小，环纹越密集。

对透射光来说，也有干涉现象。

透射的相干光的光程差是

$$\delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

题：等倾干涉

12-14 一平面单色光波垂直照射在厚度均匀的薄油膜上.油膜覆盖在玻璃板上.所用单色光的波长可以连续变化,观察到 500 nm 与 700 nm 这两个波长的光在反射中消失.油的折射率为 1.30,玻璃的折射率为 1.50,试求油膜的最小厚度.

12-14 暗纹 $\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda$

$$\begin{cases} 2e n_2 = \delta_1 = (k_1 + \frac{1}{2})\lambda_1 \\ 2e n_2 = \delta_2 = (k_2 + \frac{1}{2})\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow 5k_1 = 7k_2 + 1$$

取 $k_1 = 3, k_2 = 2$

$\Rightarrow e = 673 \text{ nm}$


空气	$n_1 = 1$
油	$n_2 = 1.3$
玻璃	$n_3 = 1.5$

$\downarrow e$

题：等倾干涉

12-15 白光垂直照射在空气中厚度为 $0.40 \mu\text{m}$ 的玻璃片上,玻璃的折射率为 1.50.试问在可见光范围内 ($\lambda = 400 \sim 700 \text{ nm}$),哪些波长的光在反射中增强? 哪些波长的光在透射中增强?

12-15



$n_1 = 1$
 $e = 0.4 \mu\text{m}, n_2 = 1.5$
 $n_1 = 1$

反射光增强 = 透射光减弱

反射加强(明纹) $2n_2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, k = 1, 2, 3, \dots$

$\lambda = \frac{4n_2e}{2k-1} \in [400, 700], k = 3, \lambda = 480 \text{ nm}$

反射减弱(暗纹) $2n_2e + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda, k = 1, 2, 3, \dots$

(透射加强) 同理, $\lambda = 600 \text{ nm}$ 或 400 nm

$k = 2 \qquad k = 3$

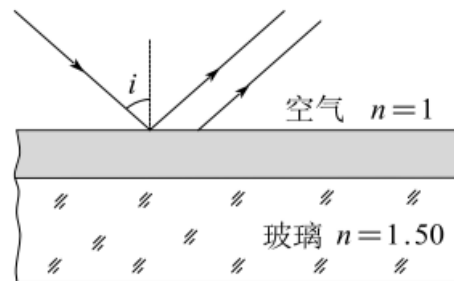
增透膜

(1) 增透膜

利用薄膜的干涉使反射光减到最小的薄膜。

两反射光干涉相消的满足关系

$$\delta = 2nd = (k + \frac{1}{2})\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$



增透膜

膜的最小厚度

$$d = \frac{\lambda}{4n}$$

高反射膜

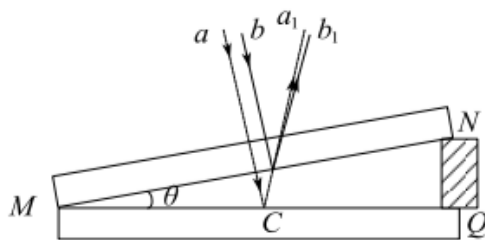
(2) 高反射膜

薄膜上下表面的两反射光使干涉加强，反射光增强，而透射光将减弱的薄膜称为增反膜，或高反射膜。

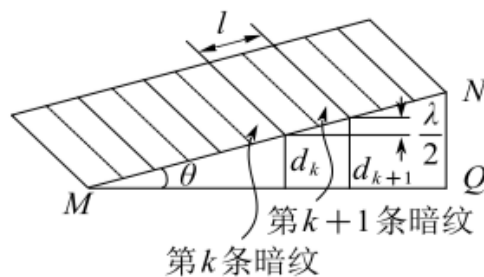
等厚干涉：劈尖膜

(1) 劈尖膜

空气劈尖：在两玻璃片之间形成的空气薄膜。



劈尖的干涉



等厚干涉条纹

尖上下表面反射的两光线间的光程差是

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

干涉明纹出现条件为

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

干涉暗纹出现条件为

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

任何两个相邻的明纹或暗纹之间的距离 l 由下式决定

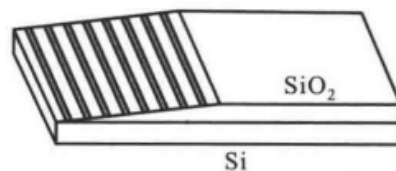
$$l \sin \theta = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2}$$

式中, θ 为劈尖的夹角。干涉条纹是等间距的, 而且 θ 愈小, 干涉条纹愈疏;

θ 愈大, 干涉条纹愈密。

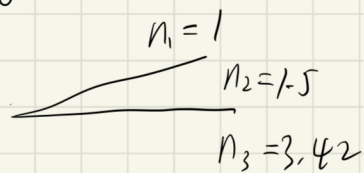
题：等厚干涉

12-20 制造半导体元件时,常需要精确地测定硅片上的二氧化硅 (SiO_2) 薄膜的厚度,这时可把二氧化硅薄膜的一部分腐蚀掉,使它成为劈尖,利用等厚干涉条纹测出其厚度.已知 Si 的折射率为 3.42, SiO_2 的折射率为 1.5.用氦氖激光 ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) 垂直照射,在反射光中观察到在腐蚀区域内有 8 条暗纹,且 SiO_2 斜面转为平面处是亮纹,如习题 12-20 图所示.求 SiO_2 薄膜的厚度.



习题 12-20 图

12-20



$$\lambda = 632.8$$

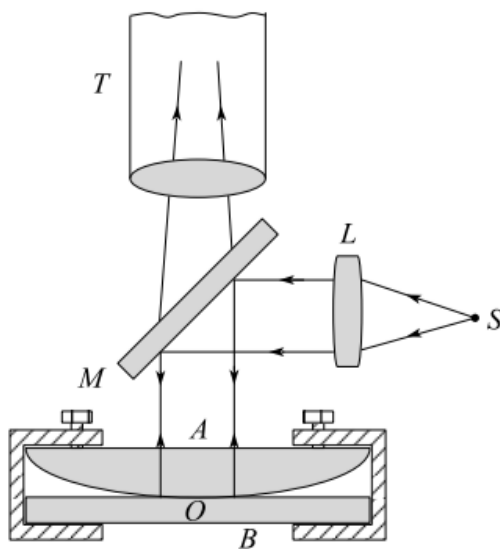
$n_1 < n_2 < n_3$, 无附加光程差 $2n_2e = k\lambda$, $k = 0, 1, \dots, 8$
且原点(棱边)为明纹.

$$e = \frac{8\lambda}{2n_2} = 1.69 \mu\text{m}$$

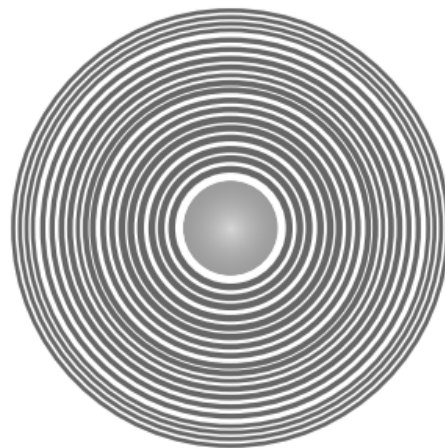
牛顿环

(2) 牛顿环

在一块光学平整的玻璃片 B 上, 放一曲率半径 R 很大的平凸透镜 A , 当平行光束垂直地射向平凸透镜时, 可以观察到在透镜表面出现一组干涉条纹, 这些干涉条纹是以接触点 O 为中心的同心圆环, 称为牛顿环。



(a) 观察牛顿环的仪器简图



(b) 牛顿环的照相图

牛顿环

明条纹处所对应的空气层厚度 d 应满足

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

暗条纹处所对应的空气层厚度 d 应满足

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

反射光中的明环的半径为

$$r = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right) R \lambda}$$

反射光中的暗环的半径为

$$r = \sqrt{k R \lambda}$$

透镜的曲率半径为

$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda} = \frac{(r_{k+m} - r_k)(r_{k+m} + r_k)}{m\lambda}$$

题：牛顿环

12-21 使用平行单色光来观察牛顿环,在反射光中测得某一明环的直径为 3.00 mm,在它外面第五个明环的直径为 4.60 mm,所用平凸透镜的曲率半径为 1.03 m,求此单色光的波长.这是什么光源发出的光?

12-21 $d_{0\text{明}} = 3\text{mm}$, $r_{0\text{明}} = 1.5\text{mm}$, $r^2 = \left(k - \frac{1}{2}\right) R \lambda$, $R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda}$

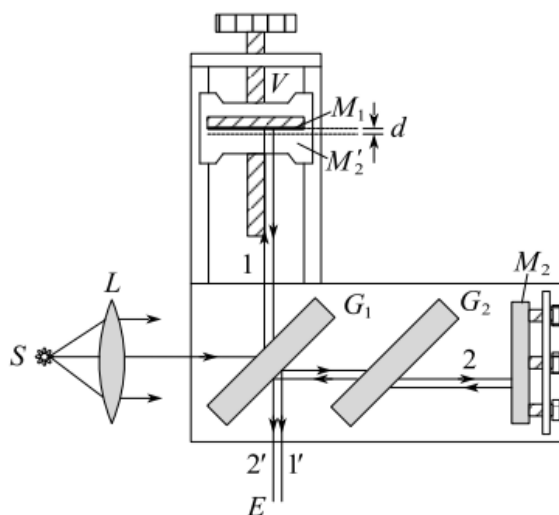
$$\begin{cases} r_k^2 = \left(k - \frac{1}{2}\right) R \lambda = (1.5\text{mm})^2 \\ r_{k+5}^2 = \left(k + 5 - \frac{1}{2}\right) R \lambda = (2.3\text{mm})^2 \end{cases}$$
$$\lambda = \frac{r_{k+5}^2 - r_k^2}{5R} = 590\text{nm}, \text{ 钠灯 } \lambda$$

12-6 迈克尔逊干涉仪*

迈克尔逊干涉仪

迈克尔逊干涉仪的构造略图如图所示, M_1 与 M_2 是两片精密磨光的平面反射镜, G_1 和 G_2 是两块材料相同、厚薄均匀而且相等的平行玻璃片, 在 G_1 的一个

表面上镀有半透明的薄银层，使照射在 G_1 上的光强，一半反射，一半透射， G_1 、 G_2 这两块平行玻璃片与 M_1 和 M_2 倾斜成 45° 角。



构造示意图

玻璃片 G_2 起补偿光程的作用，因此玻璃片 G_2 称为补偿片。

当 M_1 每平移相等的距离时，视场中则有一条明纹移过，所以数出视场中移过的明纹条数 N ，便可算出 M_1 平移的距离

$$\delta = 2d = N\lambda$$

上式指出，用已知波长的光波可以测定长度，也可用已知的长度来测定波长。

12-7 光的衍射

光的衍射

1) 光的衍射现象

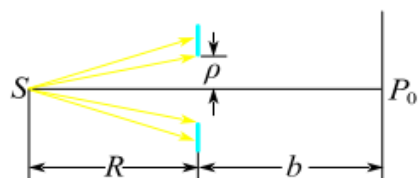
衍射是波在传播过程中遇到障碍物时，能够绕过障碍物的边缘前进，偏离直线传播的现象。衍射是波的特征之一，在障碍物的尺度和波长相当的时候这个现象变得明显，障碍物的尺度越小衍射现象越明显。但太小的时候，虽然衍射效果很好，但由于强度（衍射波的振幅）太小，难以观察。

菲涅尔衍射*

(1) 菲涅耳衍射

衍射屏离光源或接收屏的距离为有限远时的衍射。

菲涅耳圆孔衍射和圆屏衍射：

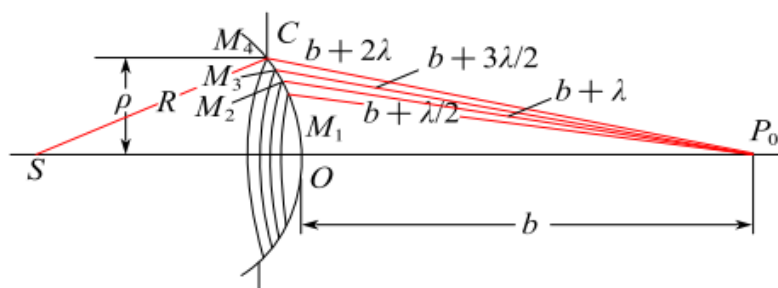


实验现象：

圆孔衍射图样是亮暗相间的同心圆环，中心点可能是亮的，也可能是暗的。孔径变化，衍射图样中心的亮暗交替变化。移动屏幕，衍射图样中心的亮暗交替变化，中心强度随 ρ 的变化很敏感，随距离 b 的变化迟缓。

圆屏的衍射图样也是同心圆环，但衍射图样的中心总是一个亮点。

菲涅尔半波带法：将波阵面分割成许多等面积的波带的方法。在圆孔的例子中，把波前分割成为一系列环形半波带，使得相邻两个波带的边缘点到 P_0 点的光程差等于半个波长，



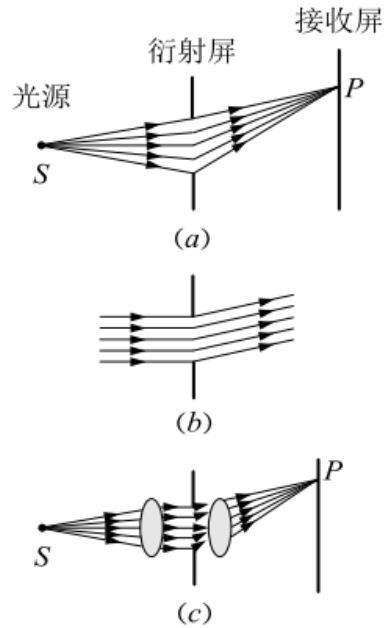
圆孔的菲涅尔衍射与波带分割原则

各个波带在 P_0 点所引起的光振幅接近相等。两相邻的波带上，任何两个对应点所发出的子波的光程差总是 $\frac{\lambda}{2}$ ，亦即相位差总是 π ，结果任何两个相邻波带所发出的子波在 P_0 点引起的光振动将完全相互抵消。

夫琅禾费衍射*

(2) 夫琅禾费衍射

照射到衍射屏上的入射光和离开衍射屏的衍射光都是平行光的衍射。

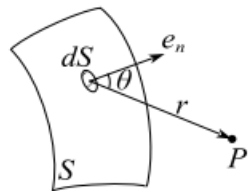


菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射

惠更斯-菲涅尔原理

3) 惠更斯—菲涅耳原理

波在传播过程中，从同一波阵面上各点发出的子波，经传播而在空间某点相遇时，产生相干叠加，这个发展了的惠更斯原理称为惠更斯-菲涅耳原理。

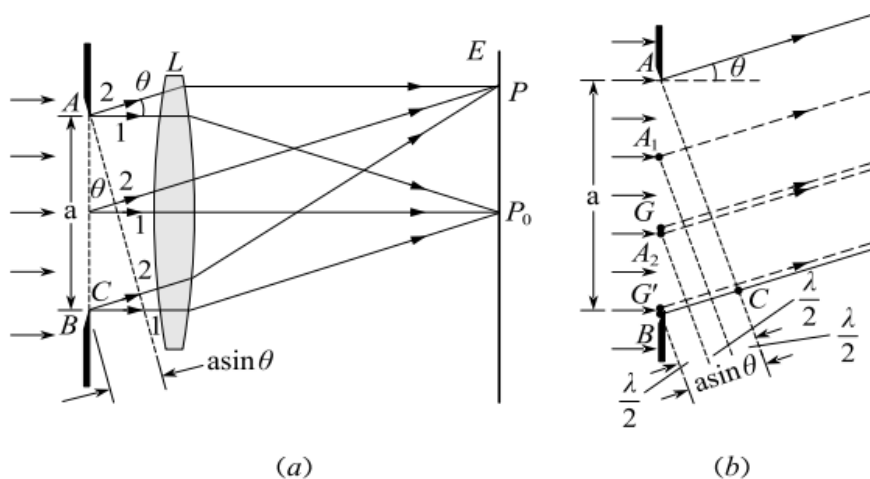


12-8 单缝的夫琅禾费衍射

单缝衍射

1) 单缝的夫琅禾费衍射

利用菲涅尔半波带法：两条边缘衍射光束的光程差为 $\delta = BC = a \sin \theta$ ，可以作一些平行于AC的平面，使两相邻平面之间的距离等于入射光的半波长，假定这些平面将单缝处的波阵面AB分成整数个波带[图（b）]。



单缝衍射条纹的计算

由于各个波带的面积相等，所以各个波带在 P 点所引起的光振幅接近相等。两相邻的波带上，任何两个对应点所发出的子波的光程差总是 $\frac{\lambda}{2}$ ，亦即相位差总是 π 。经过透镜会聚，由于透镜不产生附加相位差，所以到达 P 点时相位差仍然是 π 。结果任何两个相邻波带所发出的子波在 P 点引起的光振动将完全相互抵消。由此可见， BC 是半波长的偶数倍时，亦即对应于某给定角度 θ ，单缝可分成偶数个波带时，所有波带的作用成对地相互抵消，在 P 点处将出现暗纹；如果 BC 是半波长的奇数倍，亦即单缝可分成奇数个波带时，相互抵消的结果，还留下一个波带的作用，在 P 点处将出现明纹。

衍射暗纹出现条件：

$$a \sin \theta = k\lambda, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

a 为单缝的宽度， θ 为衍射角。

衍射明纹出现条件：

$$a \sin \theta = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

中央明纹的宽度： $k = \pm 1$ 的两个暗点之间的角距离。 $k = 1$ 时的暗点对应衍射角 θ_1 ，也是中央明纹的半角宽度 $\Delta\theta$

$$\Delta\theta = \theta_1 = \arcsin \frac{\lambda}{a}$$

$$\text{当 } \theta_1 \text{ 很小时, } \Delta\theta = \frac{\lambda}{a}$$

题：单缝衍射

12-27 有一单缝，宽 $a = 0.10 \text{ mm}$ ，在缝后放一焦距为 50 cm 的会聚透镜。用平行绿光 ($\lambda = 546.0 \text{ nm}$) 垂直照射单缝，试求位于透镜焦面处的屏幕上的中央明条纹及第二级明纹宽度。

分析：单缝夫琅禾费衍射光强的各级明条纹宽度为相邻两个暗纹中心之间的距离，中央明条纹的宽度为各级明条纹宽度的2倍。

解：设光屏上第 k 级暗条纹的位置为 x 。单缝夫琅禾费衍射暗纹条件为

$$a \sin \theta = \pm k \lambda$$

因 θ 很小，有

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{f}$$

即

$$x_k = \pm k \frac{f}{a} \lambda$$

$k=1$ 时，可得中央明条纹的宽度为

$$\Delta x_0 = x_1 - x_{-1} = 2 \frac{f}{a} \lambda = 5.46 \text{ mm}$$

第 k 级明条纹的宽度为

$$\Delta x_k = x_{k+1} - x_k = (k+1) \frac{f}{a} \lambda - k \frac{f}{a} \lambda = \frac{f}{a} \lambda$$

与 k 无关，即各级明条纹的宽度均相等，为

$$\Delta x_2 = \Delta x_k = \frac{f}{a} \lambda = 2.73 \text{ mm}$$

中央明条纹的宽度为各级明纹宽度的两倍，即 $\Delta x_0 = 2\Delta x_k$ 。

题：单缝衍射

12-29 在复色光垂直照射下的单缝衍射图样中，其中某一波长的第3级明纹位置恰与波长 $\lambda = 600 \text{ nm}$ 的单色光的第2级明纹位置重合，求这光波的波长。

12-29

$$a \sin \theta = \pm (k + \frac{1}{2}) \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$
$$(3 + \frac{1}{2}) \lambda = (2 + \frac{1}{2}) 600, \quad \lambda = 428.6 \text{ nm}$$

12-10 光栅衍射

光栅衍射

光栅：由大量等宽等间距的平行狭缝构成的光学器件。

透射光栅的总缝数为 N ，缝宽为 a ，缝间不透光部分宽度为 b ， $(a+b)=d$

称为光栅常量。

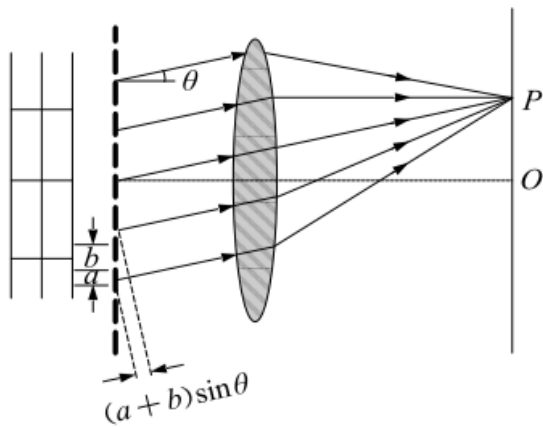


图1 光栅衍射



图2 光栅衍射的图像

当平行单色光垂直入射到光栅上(图1)，衍射光束通过透镜会聚在透镜的焦平面上，且在屏上几乎黑暗的背景上呈现出一系列又细又亮的明条纹，如图2所示。

光栅方程

主极大就是各个明条纹

对应于衍射角 θ ，光栅上相邻两缝发出的光到达 P 点时的光程差都是相等的，这一光程差等于 $d \sin \theta$

$$d \sin \theta = (a + b) \sin \theta = \pm k \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

当 θ 满足上式时，所有的缝发出的光到达 P 点时将发生相长干涉而形成明条纹，上式称为光栅方程。

缺级 最大级次

(1) 缺级

如果 θ 的某些值满足光栅方程的主明纹条件，而又满足单缝衍射的暗纹条件，这些主明纹将消失，这一现象称为缺级，如果 θ 同时满足：

$$d \sin \theta = k \lambda$$

$$a \sin \theta = k' \lambda$$

则缺级的级数 k 为： $k = \frac{d}{a} k', \quad k' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

(2) 最大级次

$$k_{\max} < \frac{d}{\lambda}$$

光栅光谱

用复色光照射到光栅上,除中央明纹外,不同波长的同一级明纹的角位置是不同的,并按波长由短到长的次序自中央向外侧依次分开排列,每一干涉级次都有这样的一组谱线,光栅衍射产生的这种按波长排列的谱线称为光栅光谱。

题: 光栅衍射

12-33 已知一个每厘米刻有 4 000 条缝的光栅,利用这个光栅可以产生多少个完整的可见光谱($\lambda = 400 \sim 760 \text{ nm}$)?

12-33

$$a+b=d=\frac{L}{N}=\frac{1\text{cm}}{4000}=2.5\times 10^{-6}\text{m}$$

$$d\sin\theta=k\lambda, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\text{令 } \sin\theta=1, \lambda=760\text{ nm}$$

$$k=\frac{d\sin\theta}{\lambda}=3.29, k=3 \quad 3\text{个可见光谱.}$$

$$\text{若 } k \text{ 与 } k+1 \text{ 重叠, } k\lambda_1=(k+1)\lambda_2, k=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}=\frac{400}{760-400}=1.1$$

第二级和第三级重叠.

题: 光栅衍射 缺级

12-34 波长 600 nm 的单色光垂直入射在一光栅上.第二级明条纹出现在 $\sin\theta=0.20$ 处.第四级缺级.试问:

- (1) 光栅上相邻两缝的间距($a+b$)有多大? (2) 光栅上狭缝可能的最小宽度 a 有多大?
(3) 按上述选定的 a, b 值,试问在光屏上可能观察到的全部明条纹数是多少?

12-34

$$(1) (a+b)\sin\theta=k\lambda, k=2, \sin\theta=0.2, a+b=6\times 10^{-6}\text{m}$$

$$(2) \begin{cases} d\sin\theta=k\lambda \\ a\sin\theta=k'\lambda \end{cases} \quad k=4, k'=1, a=1.5\times 10^{-6}\text{m}$$

$$(3) (a+b)\sin\theta=k\lambda, \text{取 } \sin\theta=1, k=\frac{a+b}{\lambda}=10, k=10 \text{ 时, 明纹在 } 90^\circ \text{ 处, 不见}$$
$$\text{缺级 } k=\frac{d}{a}k'=4k'=\pm 4, \pm 8$$

主纹 0, $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9$ 共 8 级 15 条明纹

12-12 光的偏振

线偏振光

1) 线偏振光（平面偏振光）

光的干涉和衍射现象说明了光的波动性，但还不能由此确定光是横波还是纵波，光的偏振现象进一步表明光的横波性。光的电磁理论指出，光是电磁波，光的振动矢量 \vec{E} 与光的传播方向垂直。但是，在垂直于光的传播方向平面内，光矢量 \vec{E} 还可能有各种不同的振动状态。

线偏振光：光矢量始终沿某一方向振动的光；

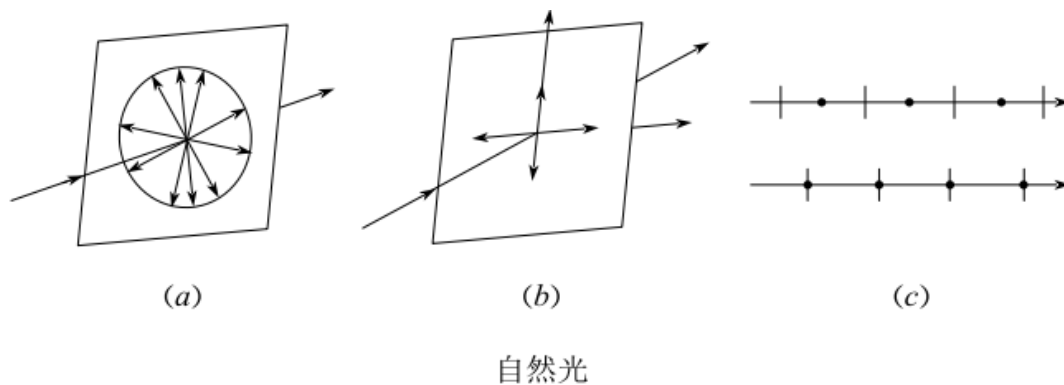
振动面：光的振动方向和传播方向组成的平面；

平面偏振光：由于线偏振光的光矢量保持在固定的振动面内，所以线偏振光又称平面偏振光。

自然光

2) 自然光

光矢量的振动在各方向上的分布是对称的，振幅也可看作完全相等，这种光为自然光，它是非偏振的。

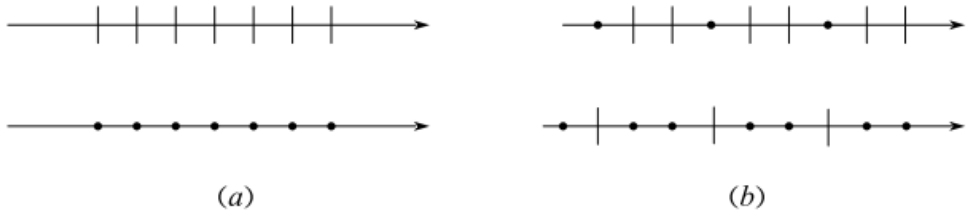


把自然光分解为两束相互独立的、等振幅的、振动方向相互垂直的线偏振光，这两个线偏振光的光强各等于自然光光强的一半。

部分偏振光

3) 部分偏振光

把自然光两个互相垂直的独立振动分量中的一个完全消除或移走，只剩下另一个方向的光振动，则可获得线偏振光。如果只是部分地移走一个分量，使得两个独立分量不相等，则获得部分偏振光。



线偏振光和部分偏振光的表示法

线偏振光是完全偏振的，部分偏振光是介于完全偏振光和自然光之间的偏振状态；部分偏振光可以看作完全偏振光和自然光的混合。

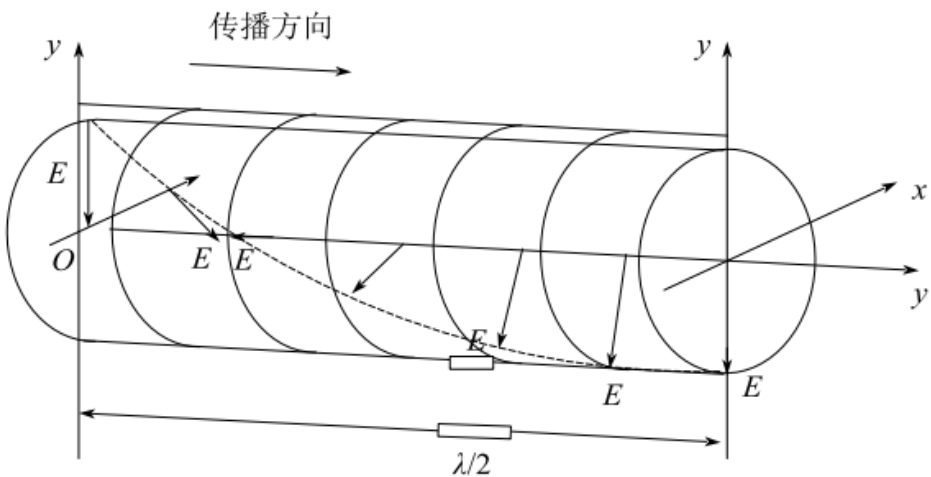
圆偏振光 椭圆偏振光

4) 圆偏振光和椭圆偏振光

圆偏振光：如果迎着光的传播方向考察，光矢量端点轨迹是一个圆的振动状态。

椭圆偏振光：光矢量端点轨迹是一个椭圆。

椭圆偏振光可以看成是两个振动相互垂直、相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 的线偏振光的合成，振幅相等时为圆偏振光。



某时刻右旋圆偏振光的光矢量 E 随 z 的变化

12-13 起偏和检偏 马吕斯定律

起偏和检偏

1) 起偏和检偏

起偏与起偏器：从自然光获得偏振光的过程称为起偏，产生起偏作用的光学元件称为起偏器。

偏振片：一种常用的起偏器，它可对入射自然光的光矢量在某方向上的分量有强烈的吸收，而对与该方向垂直的分量吸收很少。

偏振化方向：偏振片只能透过沿某个方向的光矢量或光矢量振动沿该方向的分量，则把这个透光方向称为偏振片的偏振化方向或透振方向。

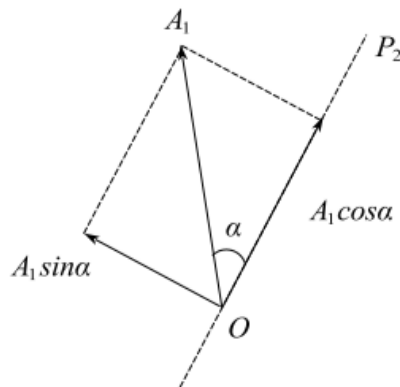
检偏器：检验入射光是否偏振光的元件称为检偏器。

马吕斯定律

2) 马吕斯定律

如果入射线偏振光的光强为 I_1 则透射光的光强 I_2 为 $I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$

式中， α 是检偏器的偏振化方向和入射线偏振光的光矢量振动方向之间的夹角。



马吕斯定律用图

题：马吕斯定律

12-47 如果起偏振器和检偏振器的偏振化方向之间的夹角为 30° 。

(1) 假定偏振片是理想的，则非偏振光通过起偏振器和检偏振器后，其出射光强与原来光强之比是多少？(2) 如果起偏振器和检偏振器分别吸收了 10 % 的可通过光线，则出射光强与原来光强之比是多少？

12-47

$$(1) I = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha = \frac{3}{8} I_0$$

$$(2) I' = 0.9 \times 0.9 \times I = 0.30375 I_0$$

题：马吕斯定律

12-48 自然光和线偏振光的混合光束,通过一偏振片时,随着偏振片以光的传播方向为轴的转动,透射光的强度也跟着改变.如最强和最弱的光强之比为 6 : 1,那么入射光中自然光和线偏振光的强度之比为多大?

12-48

设自然光光强为 I_x , 线偏振光为 I_y

最强: 自然光削弱 50%, 线偏振光全部穿过偏振片 $I_1 = \frac{1}{2} I_x + I_y$

最弱: 自然光 50%, 线偏振光全部被挡住. $I_2 = \frac{1}{2} I_x$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{6}{1} = \frac{\frac{1}{2} I_x + I_y}{\frac{1}{2} I_x} \Rightarrow \frac{I_y}{I_x} = \frac{2}{5}$$

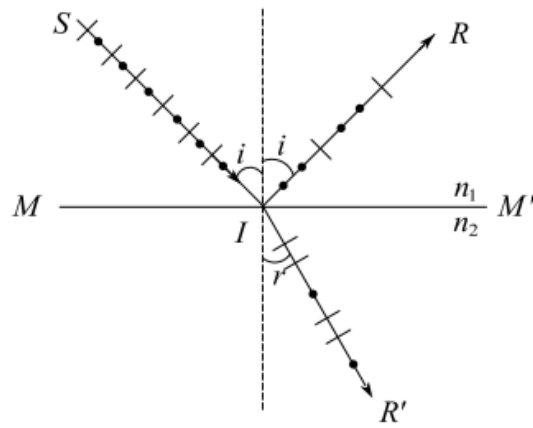
12-14 反射和折射时光的偏振

布儒斯特定律

1) 反射和折射时光的偏振

自然光在两种介质的分界面上反射和折射时, 反射光和折射光都将成为部分偏振光; 在特定情况下, 反射光有可能成为完全偏振光。

振动的光波从空气入射到玻璃后，在反射光束中垂直振动比平行振动强，而在折射光束中，平行振动比垂直振动强。反射光和折射光都将成为部分偏振光。

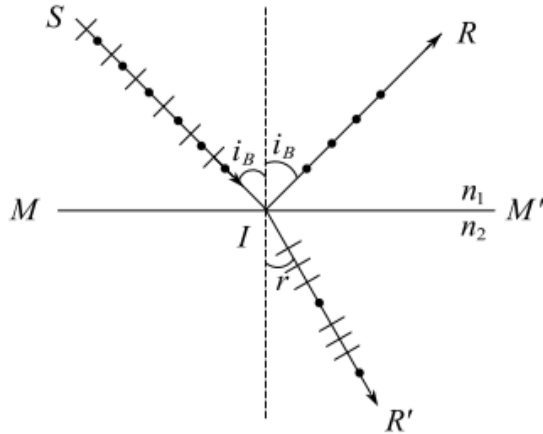


自然光反射和折射后产生的部分偏振光

当入射角 i 等于某一特定的角度时，在反射光中只有垂直于入射面的振动，而平行于入射面的振动变为零，这时的反射光为完全偏振光，这个特定的入射角称作起偏振角，用 i_B 表示，自然光以起偏振角 i_B 入射到两种介质的分界面上时，

反射光线和折射光线相互垂直 $\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$

上式为布儒斯特定律，起偏角 i_B 也成为布儒斯特角。当入射角等于布儒斯特角 i_B 时，反射光为完全偏振光，其振动方向垂直于入射面。



布儒斯特角

题：布儒斯特定律

12-49 水的折射率为 1.33,玻璃的折射率为 1.50.当光由水中射向玻璃而反射时,起偏振角为多少? 当光由玻璃射向水面而反射时,起偏振角又为多少?

12-49

① $\tan i = \frac{n_2}{n_1} = 1.128$
 $\arctan(1.128) = 48.4^\circ$

② $\tan i = \frac{n_2}{n_1} = 0.887$
 $\arctan(0.887) = 41.6^\circ$

第四章 相对论基础

4-1 狭义相对论基本原理 洛伦兹变换

狭义相对论基本原理

(1) **相对性原理** (relativity principle) 物理定律在一切惯性参考系中都具有相同的数学表达形式,也就是说,所有惯性系对于描述物理现象都是等价的。不难看出,狭义相对论的相对性原理不同于伽利略相对性原理,它是伽利略相对性原理的推广。伽利略相对性原理说明了一切惯性系对力学规律的等价性,而狭义相对论的相对性原理却把这种等价性推广到包括力学定律和电磁学定律在内的一切自然规律上去。于是,“以太”假说就是不必要的了。

(2) **光速不变原理** (principle of constancy of light velocity) 在彼此相对作匀速直线运动的任一惯性参考系中,所测得的光在真空中的传播速度都是相等的。这个原理说明真空中的光速是个恒量,它和惯性参考系的运动状态没有关系。初看起来,光速不变原理似乎和常识相矛盾,它直接否定了伽利略变换。在我国宋代记载着一次超新星爆发现象,经研究确定,1731年英国人发现的蟹状星云就是宋代发现的超新星的遗迹。当时《宋会要》有“白昼看起来赛过金星,历时23天”的叙述。根据爆发时喷射物的速率估算,地球观测者看到的超新星发光的时间有两种结果:由经典速度合成公式算出为25 a(年),但由光速不变原理算出的时间与记载的历时23天相符合。

洛伦兹变换

刻发生在 (x', y', z') 处的。这样,表示同一事件的时空坐标 (x, y, z, t) 和 (x', y', z', t') 之间所遵从的洛伦兹变换关系就是

$$\begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{l} x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \end{array} \quad (4-1)$$

在洛伦兹变换中,不仅 x' 是 x, t 的函数,而且 t' 也是 x, t 的函数,并且还都与两个惯性系之间的相对速度 u 有关,这样,洛伦兹变换就集中地反映了相对论关于时间、空间和物质运动三者紧密联系的新观念。在牛顿力学中,时间、空间和物质运动三者都是相互独立、彼此无关的。

当 $u \ll c$ 时,即比值

$$\beta = \frac{u}{c}$$

很小时,洛伦兹变换就转化为伽利略变换,这正说明洛伦兹变换是对高速运动与低速运动都成立的变换,它包括了伽利略变换。因此,相对论并没有把经典力学“推翻”,而只是揭示了它的局限性。从式(4-1)还可看出,当 $u > c$ 时,洛伦兹变换就失去意义,所以相对论还指出物体的速度不能超过真空中的光速。现代物理实验中的例子都说明,高能粒子的速度是以 c 为极限的。

4-2 相对论速度变换*

相对论速度变换公式*

我们将根据洛伦兹坐标变换导出相对论速度变换公式

因为在 K 系中的速度表达式为

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

在 K' 系中的速度表达式为

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

从式(4-1)可得

$$dx' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}(dx - udt), \quad dt' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}\left(dt - \frac{u}{c^2}dx\right)$$

因此

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - udt}{dt - \frac{u}{c^2}dx} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2}v_x} \quad (4-2a)$$

同样可导出

$$v'_y = \frac{v_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{u}{c^2}v_x} \quad (4-2b)$$

$$v'_z = \frac{v_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{u}{c^2}v_x} \quad (4-2c)$$

其逆变换式为

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2}v'_x} \\ v_y &= \frac{v'_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{u}{c^2}v'_x} \\ v_z &= \frac{v'_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{u}{c^2}v'_x} \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

4-3 狭义相对论的时空观

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1-\beta^2}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

同时的相对性

指在‘7’上和火车到达是同时的事件”。如果从相对论基本假设出发,可以证明在某个惯性系中同时发生的两个事件,在另一相对它运动的惯性系中,并不一定同时发生。这一结论叫做同时的相对性 (relativity of simultaneity)。

两事件“同时”发生的时间间隔

在上两式中,因 x_1 不同于 x_2 ,所以 t'_1 也不同于 t'_2 ,它们的差是

$$t'_2 - t'_1 = \frac{\frac{u}{c^2}(x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

由上式可见,只有当两个事件发生在同一地点时,即 $x_1 - x_2 = 0$,同时才有绝对意义。在一般情况下, $x_1 - x_2 \neq 0$,此时在坐标系 K' 中的观察者测得这两个事件是先

后发生的,其时间间隔为 $\frac{\frac{u}{c^2}(x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$,其实,在例题 4-1 中已经涉及同时的相对性问题,只是没有点明而已。

时间延缓 钟慢效应

设在坐标系 K 中的某点 $x=s$ 处,某事物发生了一个过程,由坐标系 K 来量度时,这个过程开始于 $t=t_1$,终止于 $t=t_2$,所经历的时间间隔是 $\Delta t = t_2 - t_1$ 。我们定义,在相对于过程发生的地点为静止的参考系中测得的时间间隔为固有时 (proper time),用 t_0 表示。这样, $\Delta t = t_2 - t_1$ 就是固有时 t_0 。

当从坐标系 K' 中进行观测时,认为这一过程经历的时间是 $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ 。 $\Delta t'$ 是“运动时”,我们用 t 表示它。根据洛伦兹变换,运动时 t 可求得如下:

$$t = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - \frac{us}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t_1 - \frac{us}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

亦即

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (4-4)$$

这结果意味着运动时大于固有时,或者说在运动的参考系中观测,事物变化过程的时间间隔变大了。如果用钟走的快慢来说明,就是 K' 系中的观察者把相对于他运动的那只 K 系中的钟和自己的一系列同步的钟对比,发现那只 K 系中的钟慢了。这个效应叫做时间延缓 (time dilation),又称时间膨胀或时钟变慢。

最后要强调的是,时间延缓或动钟变慢是相对运动的效应,并不是事物内部机制或钟的内部结构有什么变化,它不过是时间量度具有相对性的客观反映。

题: 钟慢效应

4-6 远方的一颗星以 $0.8c$ 的速度离开我们,接受到它辐射出来的闪光按 5 昼夜的周期变化,求固定在此星上的参考系测得的闪光周期。

4-6

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad x = vt = v \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\text{时间间隔 } \Delta t = t + \frac{x}{c} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \frac{vt_0}{c\sqrt{1 - \beta^2}} = (1 + \beta) \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 5 \text{ day}$$

$$\text{解得 } t_0 = \frac{5}{3} \text{ day}$$

长度收缩 尺缩效应

现在,我们用 x_1, x_2 和 x'_1, x'_2 分别代表物体沿 x 轴方向长度的两个端点在坐标系 K 和 K' 中的坐标. 考虑到 x'_1 与 x'_2 都是在 t' 时刻测得的, 所以根据式(4-1), 写出

$$x_1 = \frac{x'_1 + ut'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x_2 = \frac{x'_2 + ut'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

上两式相减得

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

亦即

$$l = \frac{l'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

如固有长度以 l_0 表示, 则运动参考系中测量的长度为

$$l' = l_0 \sqrt{1-\beta^2} \quad (4-5)$$

因此, 我们的结论是, 对于物体有相对速度 v 的坐标系测得的沿速度方向的物体长度 l , 总与物体相对静止的坐标系中测得的固有长度 l_0 为短. 这个效应叫做 **长度收缩** (length contraction).

题: 尺缩效应

4-4 一根米尺静止在 K' 系中, 与 $O'x'$ 轴成 30° 角. 如果在 K 系中测得米尺与 Ox 轴成 45° 角. 试求 K' 系的速率 u , 又在 K 系中测得米尺的长度是多少?

4-4

$l = \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.707 \text{ m}$
 $l_x = \frac{1}{2}, \quad l'_x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
 $l_x = l'_x \sqrt{1-\beta^2}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = \frac{\sqrt{2}}{3}, \quad \frac{u}{c} = \frac{\sqrt{2}}{3}, \quad u = \frac{\sqrt{2}}{3}c$

y 方向上无收缩

4-4 狭义相对论动力学基础

相对论力学的基本方程

在狭义相对论中,如果仍然定义质点动量 $p = mv$,要使动量守恒定律在洛伦兹变换下保持不变.从理论上可以得到质点的质量是随着速率而改变的,两者的关系如下:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (4-6)$$

式中的 m_0 是质点在相对静止的惯性系中测出的质量,叫做**静止质量**(rest mass).而 m 则是质点对观察者有相对速度 v 时的质量,叫做**相对论性质量**(relativistic mass),亦称**运动的质量**.这个式子通过质量与速率的关系揭示了物质与运动的不可分割性.显然,当 $\frac{v}{c} \rightarrow 0$ 时, m 趋近于 m_0 .于是,在相对论中,动量的表达式应是

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} v \quad (4-7)$$

而相对论力学的基本方程应为

$$F = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} v \right) \quad (4-8)$$

题: 相对论质量

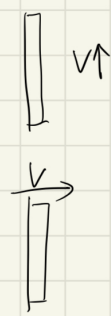
4-14 设航天器的静止质量为 100 t,当它以速度 $v = 11.2 \text{ km/s}$ 飞行时,它的质量增加了多少?

$$4-14 \quad m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 10^5 + 0.7 \times 10^{-4}, \quad \Delta m = 0.7 \times 10^{-4}$$

题: 尺缩效应 相对论质量

4-15 某人测得一静止棒长为 l ,质量为 m ,于是求得此棒线密度为 $\rho = \frac{m}{l}$.假定此棒以速度 v 在棒长方向上运动,此人再测棒的线密度应为多少?若棒在垂直长度方向上运动,它的线密度又为多少?

$$4-15$$



$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$l' = l \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\rho' = \frac{m'}{l'} = \frac{m}{l} \frac{1}{1 - \beta^2}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$l' = l$$

$$\rho' = \frac{m'}{l'} = \frac{m}{l} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

质量和能量的关系

量 dm 和动能的增量 dE_k 之间始终保持式(4-10)所示的量值上的正比关系。当 $v=0$ 时,质量 $m=m_0$,动能 $E_k=0$,据此,将式(4-10)积分,即得

$$\int_0^{E_k} dE_k = \int_{m_0}^m c^2 dm$$
$$E_k = mc^2 - m_0c^2 \quad (4-11)$$

上式是相对论中的动能表达式。爱因斯坦在这里引入了经典力学中从未有过的独特见解,他把 m_0c^2 叫做物体的静能(rest energy),把 mc^2 叫做运动时的总能量(即静能和动能之和),我们分别用 E_0 和 E 表示之:

$$E = mc^2, \quad E_0 = m_0c^2 \quad (4-12)$$

上列式子叫做物体的质能关系式(mass-energy relation)。

题: 相对论动能

4-16 设电子的速度为(1) 1.0×10^8 m/s; (2) 2.0×10^8 m/s,试计算电子的动能各是多少? 如用经典力学公式计算电子动能又各为多少?

解: 设 $v_1 = 1.0 \times 10^8$ m/s, $v_2 = 2.0 \times 10^8$ m/s, 取电子的静止质量 $m_0 = 9.11 \times 10^{-31}$ kg。

由相对论的动能表达式,得

$$E_{k1} = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - m_0c^2 = 4.97 \times 10^{-15} \text{ J}$$
$$E_{k2} = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - m_0c^2 = 28.0 \times 10^{-15} \text{ J}$$

用经典力学公式 $E_k = \frac{1}{2}m_0v^2$, 得

$$E_{k1} = \frac{1}{2}m_0v_1^2 = 4.56 \times 10^{-15} \text{ J}$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2}m_0v_2^2 = 18.2 \times 10^{-15} \text{ J}$$

动量和能量的关系

相对于洛伦兹变换为不变的普遍关系式,我们可从 $E=mc^2$ 入手. 平方后得

$$E^2 = m^2 c^4 = \frac{m_0^2 c^4}{1-v^2/c^2}$$

即

$$m^2 c^4 - m^2 v^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

再将 $p=mv$ 及 $E=mc^2$ 代入并整理得

$$E^2 = c^2 p^2 + E_0^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 \quad (4-14)$$

上式叫做相对论动量和能量关系式 (energy-momentum relation), 它对洛伦兹变换保持不变.

关系式(4-14)有极重要的意义. 进一步的分析表明, 它不仅揭示了能量与动量间的关系, 而且实际上它还反映了能量与动量的不可分割性与统一性, 就像时间与空间的不可分割性与统一性那样. 把它用到光子上去, 因光子的静止质量 $m_0=0$, 可得光子的动量等于光子能量除以光速 c 的结果: $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$, 式中 ν 为光子的频率, λ 为光的波长, h 为普朗克常量.

第十三章 早期量子论和量子力学基础

13-1 热辐射 普朗克的能量子假设

辐出度

功率 P = 辐出度 M * 表面积 S

在温度 T 时, 单位时间内从物体单位表面积上所发射的各种波长的总辐射能, 称为物体的辐射出射度, 简称辐出度 (radiant exitance), 常用 $M(T)$ 表示, 单位为 W/m^2 . 单位时间内从物体表面单位面积上辐射的在 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 范围内单位波长间隔中的辐射能称为单色辐出度 (monochromatic radiant exitance), 用 $M(\lambda, T)$ 或 $M_\lambda(T)$ 表示, 即

$$M(\lambda, T) = \frac{dM(T)}{d\lambda} \quad (13-1)$$

它的单位是 W/m^3 .

在温度 T 时, 物体吸收波长在 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 范围内的辐射能与相应波长范围内的入射电磁能量之比, 称为单色吸收比 (monochromatic absorptance), 用 $a(\lambda, T)$ 表示. 它的值在 0 与 1 之间. 若物体在任何温度下, 对任何波长的辐射能的吸收比都等于 1, 则称该物体为黑体 (blackbody).

1860 年, 基尔霍夫 (C.R.Kirchhoff) 从理论上提出下列规律. 在同样温度的热平衡条件下, 各种物体对相同波长的单色辐出度与单色吸收比的比值 $M(\lambda, T)/a(\lambda, T)$ 都相等, 等于同温度下黑体对同一波长的单色辐出度. 黑体的单色辐出度用 $M_0(\lambda, T)$ 表示.

黑体辐射实验定律

主要看 $M_0(T) = \sigma T^4$

1. 斯特藩 (J.Stefan) - 玻耳兹曼 (L.Boltzmann) 定律

在图 13-3 中, 每一条曲线下的面积等于黑体在一定温度下的总辐出度, 即

$$M_0(T) = \int_0^{\infty} M_0(\lambda, T) d\lambda \quad (13-2)$$

由图可见, $M_0(T)$ 随温度的增高而迅速增加. 实验指出, 黑体的辐出度与其温度 T

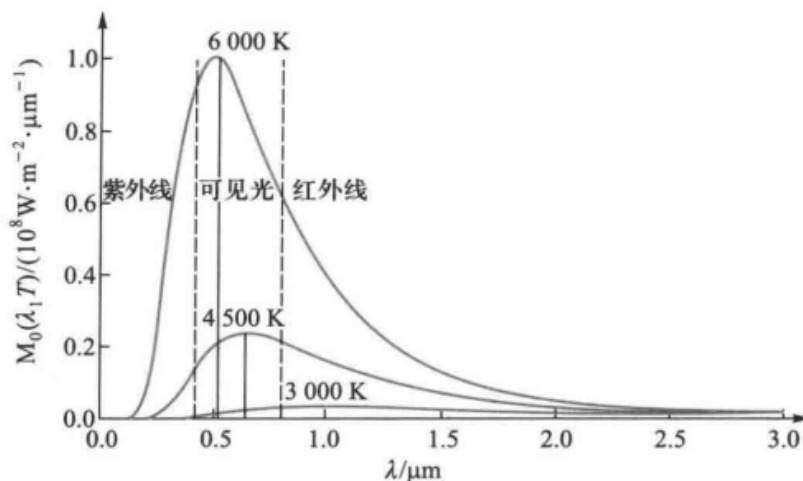


图 13-3 黑体的辐出度按波长分布曲线

的四次方成正比, 即

$$M_0(T) = \sigma T^4 \quad (13-3)$$

这一结论称为斯特藩-玻耳兹曼定律, 其中比例系数 σ 称为斯特藩常量, 2000 年国际推荐值为

$$\sigma = 5.670\,400\,(40) \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

2. 维恩 (W.Wien) 位移定律

从图 13-3 也可以看出, 每条曲线有一极大值, 即单色辐出度的峰值, 对应于这峰值的波长 λ_m , 随着温度 T 的增高, 向短波方向移动, 两者间的关系为

$$T\lambda_m = b \quad (13-4)$$

这一结论称为维恩位移定律 (Wien displacement law). b 称为维恩常量, 2000 年国际推荐值为

$$b = 2.897\,768\,5\,(51) \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

这两个定律反映出热辐射的功率随着温度的升高而迅速增加, 而且热辐射的峰值波长, 还随着温度的增加而向短波方向移动.

题：辐出度

13-3 假设太阳表面温度为 5800 K , 太阳半径为 $6.96 \times 10^8\text{ m}$. 如果认为太阳的辐射是稳定的, 求太阳在 1 年内由于辐射, 它的质量减小了多少?

13-3 总功率 $P = M_0 S$
 $M_0 = \sigma T^4$
 $S = 4\pi R^2$
 $\Delta E = W = Pt = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2 \cdot 1\text{年}$
 $\Delta E = \Delta m c^2$
质量减少 $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = 1.37 \times 10^{17}\text{ kg}$

普朗克公式*

为了解决上述困难, 普朗克利用内插法将适用于短波的维恩公式和适用于长波的瑞利-金斯公式衔接起来, 在 1900 年普朗克提出了一个新的公式:

$$M_0(\lambda, T) = 2\pi hc^2 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (13-7a)$$

式中 c 是光速, k 是玻耳兹曼常量, h 是一个新引入的常量, 后来称为普朗克常量 (Planck constant), 是一个普适量, 其 2010 年国际推荐值为

$$h = 6.626\,069\,57(29) \times 10^{-34}\text{ J} \cdot \text{s}$$

这一公式称为普朗克公式, 它与实验结果符合得很好 (参见图 13-5). 普朗克公式也可用频率来表示

$$M_0(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (13-7b)$$

由普朗克公式不难得到维恩公式和瑞利-金斯公式, 还可以推得由实验得到的斯特藩-玻耳兹曼定律和维恩位移定律.

普朗克的能量子假设

普朗克得到上述公式后,他指出“即使这个新的辐射公式证明是绝对精确的,如果仅仅是一个侥幸揣测出来的内插公式,它的价值也只能是有限的。”因此,他要寻找这个公式的理论根据.经过深思熟虑,他不得不放弃一些经典物理学的观点.他认为:辐射黑体是由大量带电的谐振子组成,这些谐振子可以发射和吸收辐射能.并大胆地假设,这些谐振子的能量不是连续的,而是分立的.这些分立的能量是某一最小能量 ε (ε 称为能量子) 的整数倍,即 $\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots, n\varepsilon$. n 为正整数,称为量子数.对于频率为 ν 的谐振子的最小能量为

$$\varepsilon = h\nu \quad (13-8)$$

式中 h 就是普朗克常量.这个假设一般称为普朗克能量子假设,或简称普朗克量子假设.

13-2 光电效应 爱因斯坦的光子理论

实验规律

1. 饱和电流

实验指出:以一定强度的单色光照射电极 K 时,加速电势差 U_{AK} 愈大,光电流 i 也愈大.当加速电势差增加到一定量值时,光电流达饱和值 i_m ,参看图 13-7. 如果增加光的强度,在相同的加速电势差下,光电流的量值也较大,相应的 i_m 也增大,说明从阴极 K 逸出的电子数增加了.因此得出结论:单位时间内,受光照的金属板释放出来的电子数和入射光的强度成正比.

2. 遏止电势差

在光照不变的情况下,降低加速电势差的量值,光电流 i 也随之减小.当电

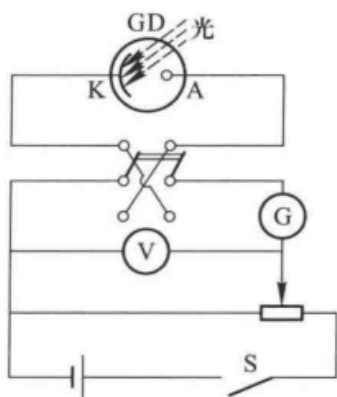


图 13-6 光电效应实验简图

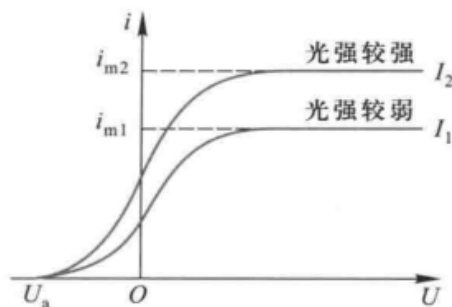


图 13-7 光电效应的伏安特性曲线

势差减小到零并逐渐变负时,光电流 i 一般并不等于零,这表明电子逸出时具有初动能.如果使负的电势差足够大,光电流便降为零.光电流为零时,外加电势差的绝对值 U_a 叫做遏止电势差 (stopping potential).遏止电势差的存在,表明光电子从金属表面逸出时的初速有最大值 v_m ,也就是光电子的初动能具有一定的限度,它等于

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_a \quad (13-9)$$

式中 e 和 m 为电子的电荷量和质量.实验表明遏止电势差与光强无关,而与入射光的频率成线性关系,如图 13-8 所示.

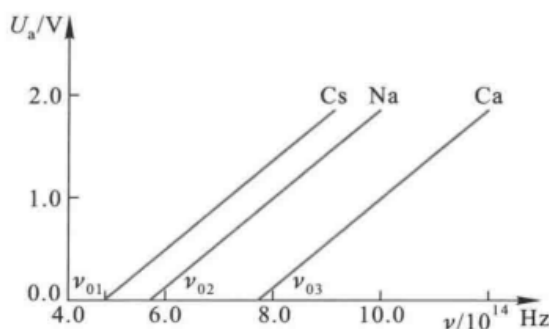


图 13-8 遏止电势差与频率的关系

3. 遏止频率 (红限)

实验表明,对一定金属的阴极,当入射光的频率小于某个最小值时,无论光强多大,照射时间多长,都没有光电子逸出.这个最小频率称为该金属光电效应的遏止频率 (cutoff frequency),又称红限.不同金属具有不同的红限,大多数金属

4. 弛豫时间

实验证明,从入射光开始照射直到金属释放出电子,无论光多微弱,几乎是瞬时的,弛豫时间不超过 10^{-9} s.

爱因斯坦的光子理论

爱因斯坦从普朗克的能量子假设中得到了启发,他认为普朗克的理论只考虑了辐射物体上谐振子能量的量子化,即谐振子所发射或吸收的能量是量子化的,他假定空腔内的辐射能本身也是量子化的,就是说光在空间传播时,也具有粒子性,想象一束光是一束以光速 c 运动的粒子流,这些粒子称为光量子(light quantum),现称为光子(photon).每一光子的能量也就是 $\varepsilon = h\nu$,不同频率的光子具有不同的能量.

按照光子理论,光电效应可解释如下:当金属中一个自由电子从入射光中吸收一个光子后,就获得能量 $h\nu$,如果 $h\nu$ 大于电子从金属表面逸出时所需的逸出功 A ,这个电子就可从金属中逸出.根据能量守恒定律,应有

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A \quad (13-10)$$

式中 $\frac{1}{2}mv_m^2$ 是光电子的最大初动能,上式称为爱因斯坦光电效应方程.爱因斯坦方程解释了光电子的初动能与入射光频率之间的线性关系.入射光的强度增加时,光子数也增多,因而单位时间内光电子数目也将随之增加.这就很自然地说明了饱和电流或光电子数与光的强度之间的正比关系.再由方程式(13-10),假定 $\frac{1}{2}mv_m^2 = 0$,那么

$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

这表明频率为 ν_0 的光子具有发射光电子的最小能量.如果光子频率低于 ν_0 (遏止频率),不管光子数目多大,单个光子没有足够的能量去激发光电子,所以遏止频率相当于电子所吸收的能量全部消耗于电子的逸出功时入射光的频率.同样由光子理论可以得出,当一个光子被吸收时,全部能量立即被吸收,不需要积累能量的时间,这也就自然地说明了光电效应的瞬时发生的问题.

题: 光电效应

13-9 铝的逸出功为 4.2 eV.今用波长为 200 nm 的紫外线照射到铝表面上,发射的光电子的最大初动能为多少? 遏止电势差为多大? 铝的红限波长是多大?

13-9

逸出功

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A$$

↓
最大初动能

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A = 2.0 \text{ eV}$$

$$W = qU, E_k = eU$$

$$\text{遏止电压 } U = \frac{E_k}{e} = 2.0 \text{ V}$$

$$\text{遏止频率 } \nu_0 = \frac{A}{h}$$

$$\text{红限波长 } \lambda_0 = \frac{ch}{A} = 296 \text{ nm}$$

光的波粒二象性

光子不仅具有能量,而且还具有质量和动量等一般粒子共有的特性.光子的动质量 m_φ 可由相对论的质-能关系式得到

$$m_\varphi = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (13-11)$$

m_φ 的量值应是有限的,视光子的能量而定,而光子的静质量 $m_{\varphi 0} = 0$. 光子的动量为

$$p = m_\varphi c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (13-12)$$

光子理论不仅圆满地解释光电效应,以后还将看到,光子理论也能说明光的波动说所不能解释的其他许多现象,从而确立光的粒子性.因此,光不仅具有波动性质,而且具有粒子性.关系式(13-11)和(13-12)把光的双重性质——波动性和微粒性联系起来,动量和能量是描述粒子性的,而频率和波长则是描述波动性的.光的这种双重性质称为光的波粒二象性(wave-particle dualism of light).

13-3 康普顿效应

康普顿效应

进行同样的测量.康普顿发现,在散射光谱中除有与入射线波长 λ_0 相同的射线外,同时还有波长 $\lambda > \lambda_0$ 的射线.这种改变波长的散射称为康普顿效应

13-4 氢原子光谱 玻尔的氢原子理论

里德伯方程

1889年,里德伯(J.R.Rydberg)提出了一个普遍的方程,
即把式(13-15)中的 2^2 换成其他整数的平方,就可以得出氢原子光谱的其他线系,这方程是

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \begin{matrix} k=1,2,3,\dots \\ n=k+1,k+2,k+3,\dots \end{matrix} \quad (13-16)$$

称为里德伯方程,其中 $R = \frac{4}{B} = 1.096776 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$,称为里德伯常量.氢原子光谱各谱系的名称分别为

- $k=1, n=2,3,\dots$ 莱曼(T.Lyman)系,(1914年),紫外区
- $k=3, n=4,5,\dots$ 帕邢(F.Paschen)系,(1908年),红外区
- $k=4, n=5,6,\dots$ 布拉开(F.Brackett)系,(1922年),红外区
- $k=5, n=6,7,\dots$ 普丰德(H.A.Pfund)系,(1924年),红外区
- $k=6, n=7,8,\dots$ 哈弗莱(C.S.Humphreys)系,(1953年),红外区
- $k=7, n=8,9,\dots$ 汉森(Hansen)与斯特朗(Strong)系,(1973年),红外区

题: 里德伯方程

13-17 在基态氢原子被外来单色光激发后发出的巴耳末系中,仅观察到三条谱线,试求:(1) 外来光的波长;(2) 这三条谱线的波长.

13-17

(1) $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
 $r = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
巴耳末系是 $n=2$, 有3条谱线, 则 $n=2+3=5$.
 $r = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{21}{25} R$
 $\lambda = \frac{c}{r} = 95 \text{ nm}$

(2) $r = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
 $k=2, n=3, 4, 5$
 $\lambda_{23} = 656 \text{ nm}, \lambda_{24} = 486 \text{ nm}, \lambda_{25} = 434 \text{ nm}$

玻尔的氢原子理论

1. 定态假设

原子系统只能处在一系列不连续的能量状态,在这些状态中,虽然电子绕核作加速运动,但并不辐射也不吸收电磁波,这些状态称为原子系统的稳定状态(简称定态),相应的

能量分别为 $E_1, E_2, E_3, \dots (E_1 < E_2 < E_3 < \dots)$.

2. 频率条件

当原子从一个能量为 E_n 的定态跃迁到另一能量为 E_k 的定态时,就要发射或吸收一个频率为 ν_{kn} 的光子

$$\nu_{kn} = \frac{|E_n - E_k|}{h} \quad (13-19)$$

式中 h 为普朗克常量.当 $E_n > E_k$ 时发射光子, $E_n < E_k$ 时吸收光子.式(13-24)称为玻尔频率公式.

3. 量子化条件

在电子绕核作圆周运动中,其稳定状态必须满足电子的角动量 L 等于 $\frac{h}{2\pi}$ 的整数倍的条件,即

$$L = n \frac{h}{2\pi} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13-20a)$$

式中 n 为正整数,称为量子数.式(13-25)称为角动量量子化条件.此式也可简写成

$$L = n\hbar \quad (13-20b)$$

式中 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$,称为约化普朗克常量(reduced Planck constant),其值等于 $1.054\,571\,726 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

能级

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

基态 $E_1 = -13.6 \text{ eV}$

第1激发态是 E_2

以 $n=1$ 代入上式得 $E_1 = -13.6 \text{ eV}$, 这是氢原子的最低能级, 也称 **基态能级** (ground state energy level), 这个能量值与用实验方法测得的氢原子电离电势符合得很好. $n>1$ 的各稳定态, 其能量大于基态能量, 随量子数 n 的增大而增大, 能量间隔减小. 这些状态称为 **激发态** (excited state). 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $r_n \rightarrow \infty$, $E_n \rightarrow 0$, 能级趋于连续. $E>0$ 时, 原子处于电离状态, 能量可连续变化. 图 13-16 表示氢原子的能级图.

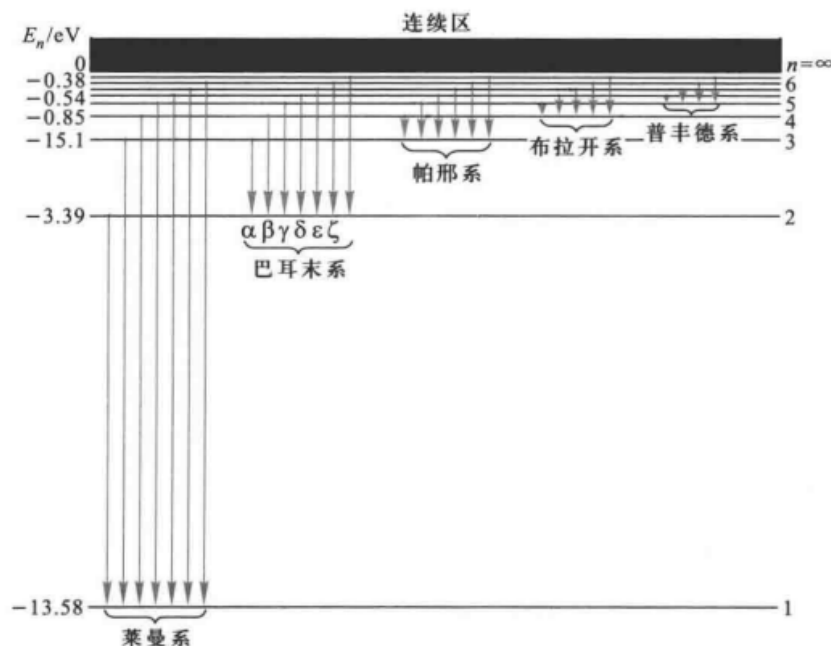


图 13-16 氢原子能级图

玻尔理论的缺陷

只能解释氢原子

我们已经看到, 玻尔理论对氢原子光谱的解释获得了很大的成功, 同时玻尔关于定态的概念和光谱线频率的假设, 在原子结构和分子结构的现代理论中, 仍然是有用的概念. 玻尔的创造性工作对现代量子力学的建立有着深远的影响. 玻尔理论虽然取得一些成就, 但是也存在着严重不足之处. 首先, 这个理论本身仍是以 **经典理论为基础的**, 而所引进的电子处于定态时不发出辐射的假设却又是和经典理论相抵触的. 其次, 量子化条件的引进也没有适当的理论根据. 此外, 由玻尔理论 **只能求出谱线的频率, 对谱线的强度、宽度、偏振等一系列问题都无法处理.**

玻尔理论的缺陷, 在于处理问题没有一个完整的理论体系. 例如, 一方面把微观粒子 (电子、原子等) 看作 **经典力学的质点**, 用了坐标和轨道的概念, 并且还应用牛顿运动定律来计算电子轨道等; 另一方面又加上量子条件来限定稳定运动状态的轨道. 所以 **玻尔理论是经典理论加上量子条件的混合物**. 正如当时布拉格 (W.H.Bragg) 对这种理论的评论时所说的那样: “好像应当在星期一、三、五引用经典规律, 而在星期二、四、六引用量子规律.” 这一切都反映出早期量子论的局限性. 实际上, 微观粒子具有比宏观粒子复杂得多的波粒二象性. 正是在这一基础上, 1926 年薛定谔、海森伯等人建立了新的量子力学, 由于量子力学能够反映微观粒子的二象性, 所以成为一个完整地描述微观粒子运动规律的力学体系.

13-5 德布罗意波 微观粒子的波粒二象性

德布罗意波

德布罗意认为,质量为 m 的粒子、以速度 v 匀速运动时,具有能量 E 和动量 p ;从波动性方面来看,它具有波长 λ 和频率 ν ,而这些量之间的关系也和光波的波长、频率与光子的能量、动量之间的关系一样,应遵从下述公式

$$E = mc^2 = h\nu \quad (13-24)$$

$$p = mv = \frac{h}{\lambda} \quad (13-25)$$

所以对具有静止质量 m_0 的实物粒子来说,若粒子以速度 v 运动,则该粒子所表现的平面单色波的波长是

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (13-26)$$

式(13-26)称为**德布罗意公式**.人们通常把这种显示物质波动性的波称为德布罗意波(de Broglie wave).薛定谔在诠释波的物理意义时,把这种波称为物质波(matter wave).如果 $v \ll c$,那么

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} \quad (13-27)$$

题：德布罗意波

13-23 设电子与光子的波长均为 0.50 nm.试求两者的动量之比以及动能之比.

分析：根据德布罗意关系 $\lambda = \frac{h}{p}$ ，具有相同波长 λ 的粒子有相同的动量 p 。
光子的动能即光子的总能量 $E_{\varphi} = h\nu$ 。电子的动能 E_e 是否应考虑相对论动能表达式，可先考察其静能 m_0c^2 与 $p_e c$ 的大小，若 $p_e c \ll m_0c^2$ ，可不考虑相对论效应，即电子的动能为 $E_e = \frac{1}{2}m_0v^2 = \frac{p^2}{2m_0}$ ，否则需用相对论的动能表达式。

解：设电子与光子的动量分别为 p_e 和 p_{φ} ，因 $\lambda_e = \lambda_{\varphi}$ ，故由 $\lambda = \frac{h}{p}$ 可得

$$p_e = p_{\varphi} = p$$

电子与光子具有相同的动量，两者的动量之比为 1。

光子的动能可表示为

$$E_{\varphi} = h\nu = c \frac{h}{\lambda} = cp = \frac{3 \times 10^8 \times 6.63 \times 10^{-34}}{0.50 \times 10^{-9}} \text{ J} = 3.978 \times 10^{-16} \text{ J} = 2.486 \text{ keV}$$

电子的静能为

$$m_0c^2 = 9.11 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2 \text{ J} = 8.20 \times 10^{-14} \text{ J} = 0.512 \text{ MeV}$$

对比上述两式，有

$$pc = p_e c \ll m_0c^2$$

所以，电子的动能为

$$E_e = \frac{1}{2}m_0v^2 = \frac{p^2}{2m_0}$$

两者的动能之比为

$$\frac{E_e}{E_{\varphi}} = \frac{p}{2cm_0} = \frac{h}{2\lambda cm_0} = 2.43 \times 10^{-3}$$

可见，当电子和光子的动量相同时，电子的动能远小于光子的动能。