

电路分析基础总复习

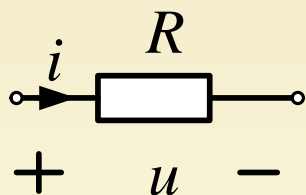
复习重点:

1. KCL和KVL的应用

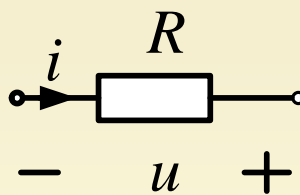
- 电流和电压的参考方向
- 欧姆定律
- KCL和KVL

电流的**参考方向**是任意指定的，一般用箭头在电路图中标出，也可以用双下标表示；如 i_{ab} 表示电流的参考方向是由a到b。电压的参考极性为假设的电压“+”极和“-”极。

若选取电流 i 的参考方向从电压 u 的“+”极经过元件A本身流向“-”极，则称电压 u 与电流 i 对该元件取**关联参考方向**。否则，称 u 与 i 对A是非关联的。

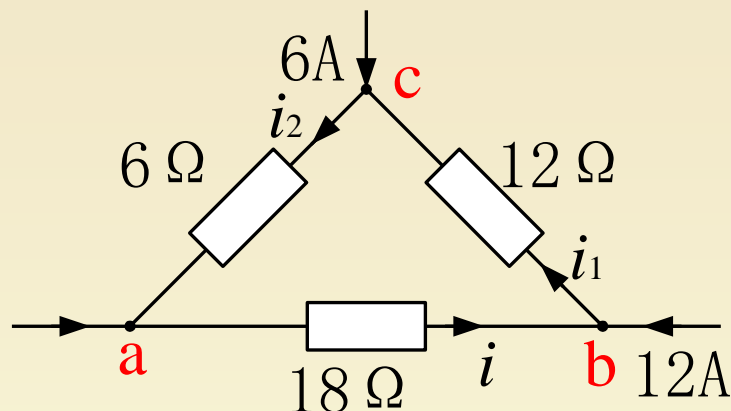


u 与 i **关联**时:
 $u(t) = R i(t)$



u 与 i **非关联**时:
 $u(t) = - R i(t)$

例 如图所示部分电路，求电流 i 和 $18\ \Omega$ 电阻消耗的功率。



解： 在b点列KCL有 $i_1 = i + 12$ ，
在c点列KCL有 $i_2 = i_1 + 6 = i + 18$ ，
在回路abc中，由KVL和OL有

$$18i + 12i_1 + 6i_2 = 0$$

$$\text{即 } 18i + 12(i + 12) + 6(i + 18) = 0$$

$$\text{解得 } i = -7(\text{A}) \text{ , } P_R = i^2 \times 18 = 882(\text{W})$$

2. 吸收功率和产生功率

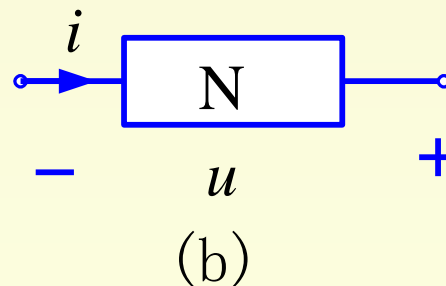
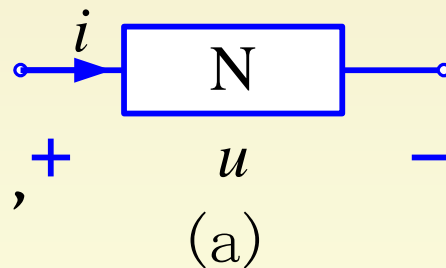
功率与电压 u 、电流 i 的关系

如图(a)所示电路N的 u 和 i 取**关联**方向, 故电路消耗功率为

$$p(t) = u(t) i(t)$$

对于图(b), 由于对N而言 u 和 i **非关联**, 则N消耗的功率为

$$p(t) = - u(t) i(t)$$



功率的计算

利用前面两式计算电路N消耗的功率时,

- ①若 $p > 0$, 则表示电路N确实消耗(吸收)功率;
- ②若 $p < 0$, 则表示电路N吸收的功率为负值, 实质上它将产生(提供或发出)功率。

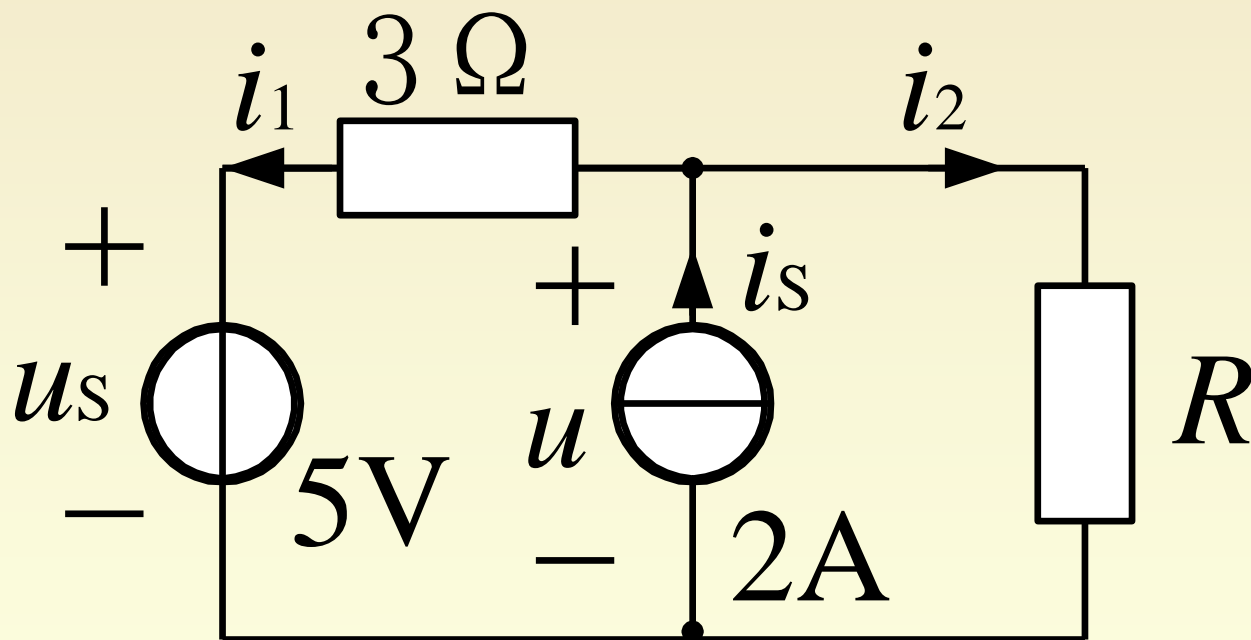
由此容易得出, 当电路N的 u 和 i 关联(如图a),
N产生功率的公式为

$$p(t) = - u(t) i(t)$$

当电路N的 u 和 i 非关联(如图b), 则N产生功率
的公式为

$$p(t) = u(t) i(t)$$

例1 如图电路，已知 $i_2=1\text{A}$ ，试求电流 i_1 、电压 u 、电阻 R 和两电源产生的功率。



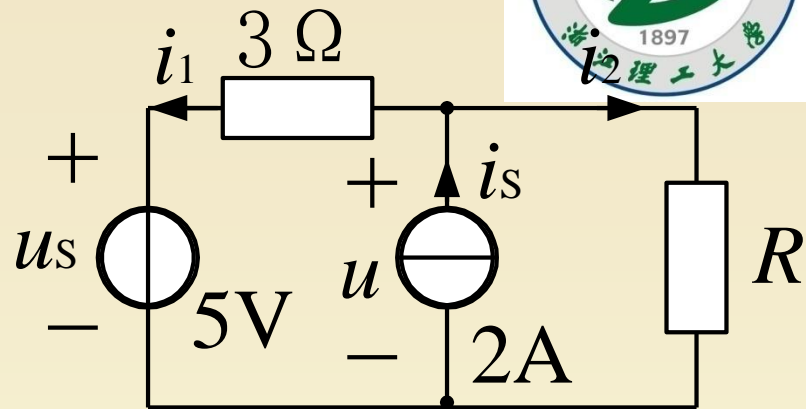
解：由KCL $i_1 = i_s - i_2 = 1\text{A}$

故电压 $u = 3 i_1 + u_s$
 $= 3 + 5 = 8(\text{V})$

电阻 $R = u / i_2 = 8 / 1 = 8 \Omega$

i_s 产生的功率 $P_1 = u i_s$
 $= 8 \times 2 = 16 (\text{W})$

u_s 产生的功率 $P_2 = - u i_1$
 $= - 5 \times 1 = - 5 (\text{W})$

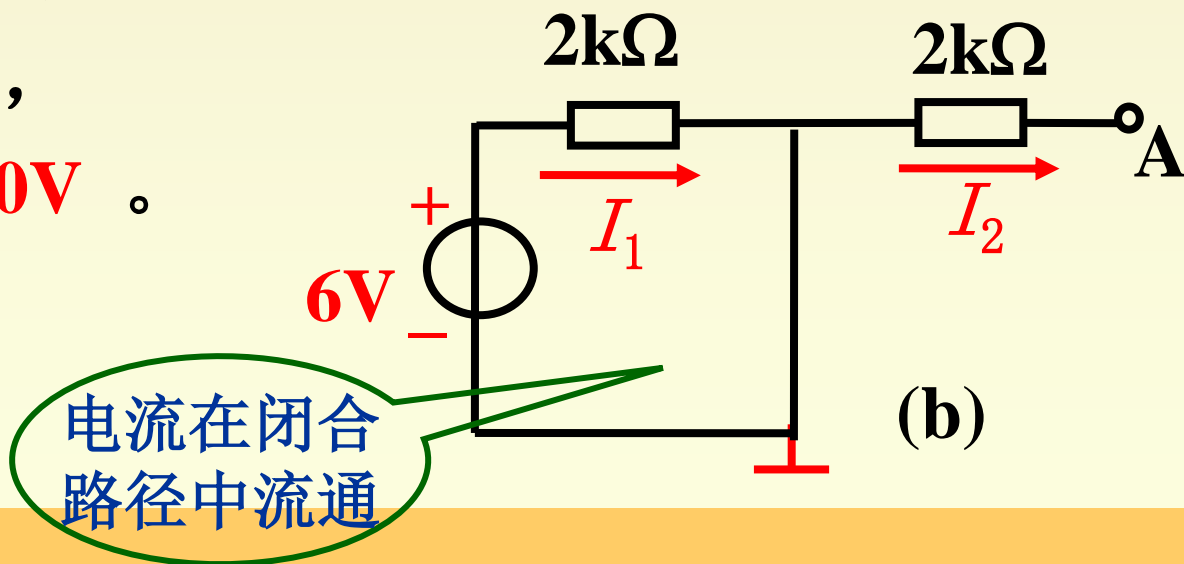
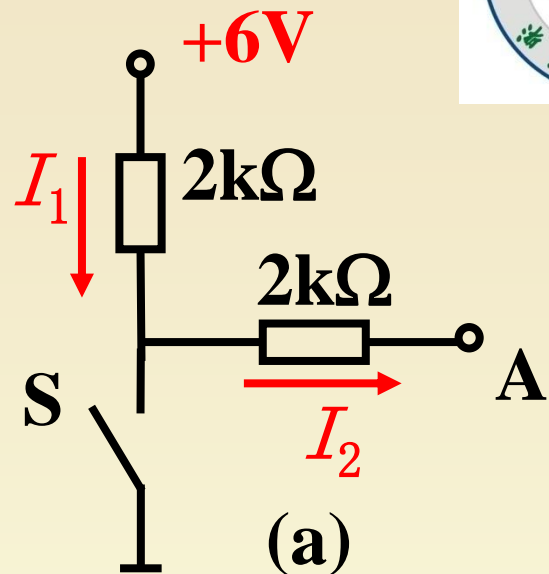


例1: 图示电路, 计算开关S 断开和闭合时A点的电位 V_A

解: (1) 当开关S断开时
电流 $I_1 = I_2 = 0$,
电位 $V_A = 6V$ 。

(2) 当开关闭合时, 电路
如图 (b)

电流 $I_2 = 0$,
电位 $V_A = 0V$ 。



4. 网孔方程和节点方程

由电路直接列写网孔方程的规律总结

$R_{ii}(i = \text{I, II, III})$ 称为回路 i 的 **自电阻** = 第 i 个网孔所有电阻之和，恒取正；

R_{ij} 称为网孔 i 与网孔 j 的 **互电阻** = 网孔 i 与网孔 j 共有支路上所有公共电阻的代数和；若流过公共电阻上的两网孔电流方向相同，则前取 “+” 号；方向相反，取 “-” 号。

$(\sum U_S)_i$ 称为网孔 i 的 **等效电压源** = 网孔 i 中所有电压源电压升的代数和。即，当网孔电流从电压源的 “+” 端流出时，该电压源前取 “+” 号；否则取 “-”。

回路（网孔）法步骤归纳如下：

- (1) 选定一组 $(b-n+1)$ 个独立回路（网孔），并标出各回路电流的参考方向。
- (2) 以网孔电流的方向为回路的巡行方向，按照前面的规律列出各网孔电流方程。**自电阻始终取正值，互电阻前的符号由通过互电阻上的两个回路电流的流向而定，两个回路电流的流向相同，取正；否则取负。等效电压源是电源电压升的代数和，注意电压源前的符号。**
- (3) 联立求解，解出各网孔电流。
- (4) 根据网孔电流再求其它待求量。

受控源的处理方法 ★★★

例1 如图电路，求6V电压源产生功率。

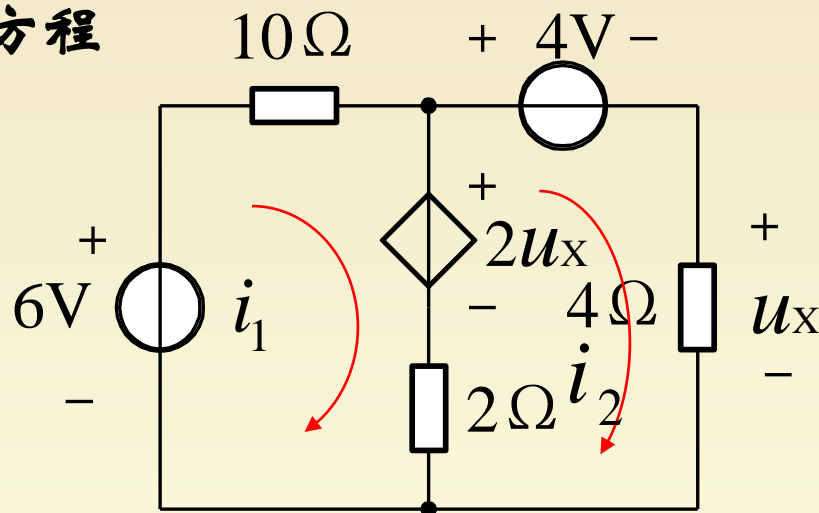
解：设网孔电流 i_1, i_2 列方程

$$\begin{cases} 12i_1 - 2i_2 = 6 - 2u_x \\ -2i_1 + 6i_2 = -4 + 2u_x \end{cases}$$

补方程： $4i_2 = u_x$

解得： $i_1 = -1A \quad u_x = 12V$

$$p_{\text{产}} = 6i_1 = 6 \times (-1) = -6W$$

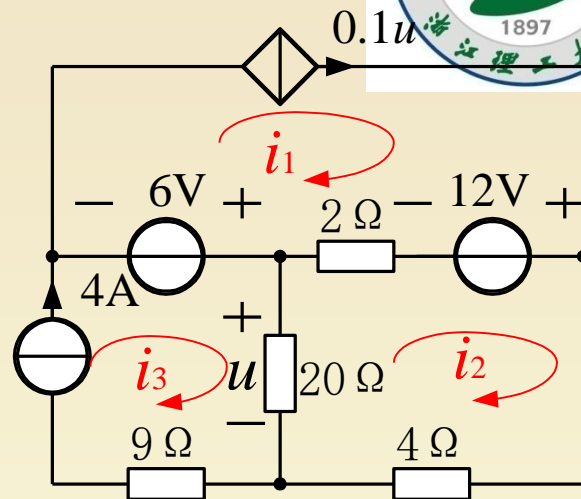


题18图

例2 如图电路，用网孔法求电压 u 。

解： 本例中含受控源 (VCCS)，处理方法是：先将受控源看成独立电源。这样，该电路就有两个电流源，并且流经其上的网孔电流均只有一个；故该电流源所在网孔电流已知，就不必再列它们的网孔方程了。如图中所标网孔电流，可知：

$$i_1 = 0.1u, \quad i_3 = 4$$



对网孔2列方程为

$$26i_2 - 2i_1 - 20i_3 = 12$$

上述一些方程中会出现受控源的控制变量 u ，用网孔电流表示该控制变量，有

$$u = 20(i_3 - i_2)$$

解得

$$i_2 = 3.6 \text{ (A)}, \quad u = 8 \text{ (V)}。$$

由电路直接列写节点方程的规律总结

$G_{ii}(i=1,2,3)$ 称为节点 i 的 **自电导** = 与节点 i 相连的所有支路的电导之和，恒取 “+”；

G_{ij} 称为节点 i 与节点 j 的 **互电导** = 节点 i 与节点 j 之间共有支路电导之和；恒取 “-”。

$(\sum I_s)_i$ 称为节点 i 的 **等效电流源** = 流入节点 i 的所有电流源电流的代数和。即，电流源电流流入该节点时取 “+”；流出时取 “-”。

节点法步骤归纳如下:

- (1) 指定电路中某一节点为参考点, 并标出各独立节点的电压。
- (2) 按照规律列出节点电压方程。 自电导恒取正值, 互电导恒为负。
- (3) 联立求解, 解出各节点电压。
- (4) 根据节点电压再求其它待求量。

受控源的处理方法

例 如图 (a) 电路，用节点法求电流 i_1 和 i_2 。

解： 本例中含受控源 (CCCS)，处理方法是：先将受控源看成独立电源。将有伴电压源转换为电流源与电阻的并联形式，如图 (b) 所示。

设独立节点电压为 u_a 和 u_b ，则可列出节点

方程组为： $(1+1) u_a - u_b = 9 + 1 + 2 i_1$

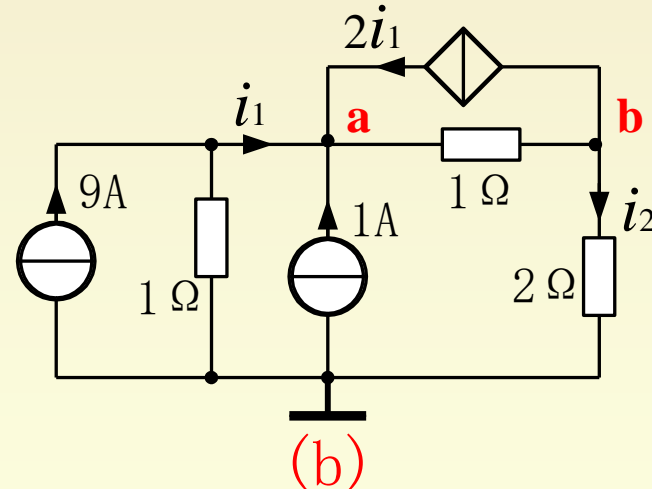
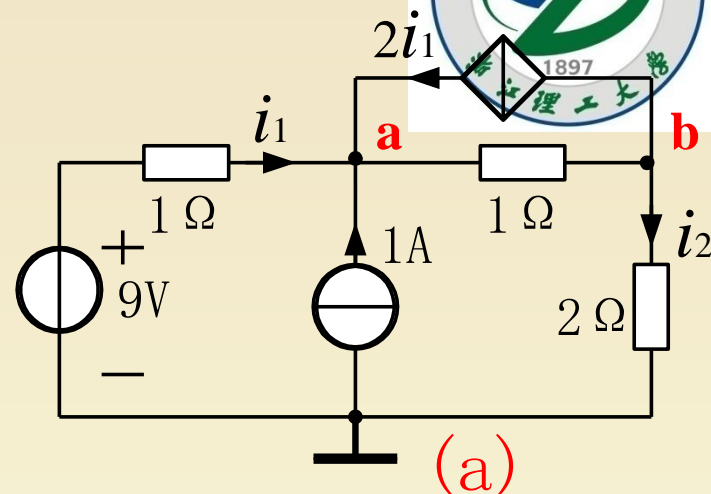
$$(1+0.5) u_b - u_a = -2 i_1$$

再将控制量用节点电压表示，即

$$i_1 = 9 - u_a / 1$$

解得： $u_a = 8\text{V}, u_b = 4\text{V}, i_1 = 1\text{A}$

$$i_2 = u_b / 2 = 2(\text{A})$$

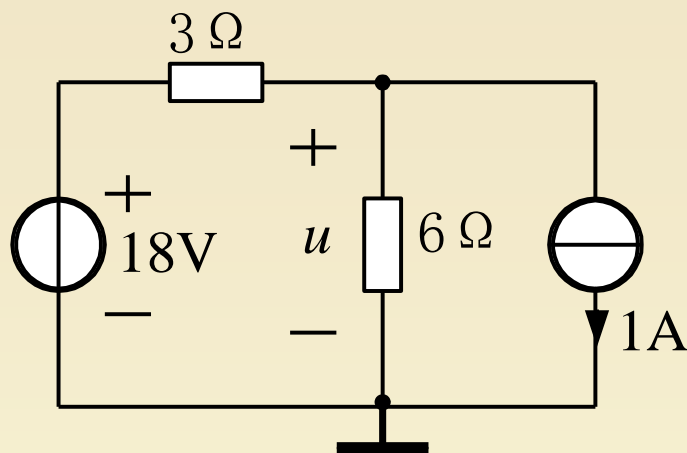


小结： 对受控源首先将它看成独立电源；列方程后，对每个受控源再补一个方程将其控制量用节点电压表示。

5. 叠加原理的应用

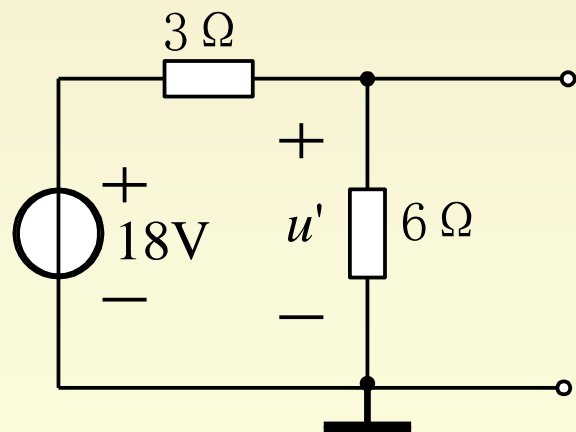
对于具有唯一解的线性电路，多个激励源共同作用时引起的响应（电路中各处的电流、电压）等于各个激励源单独作用时（其它激励源的值置零）所引起的响应之和。

2、说明:

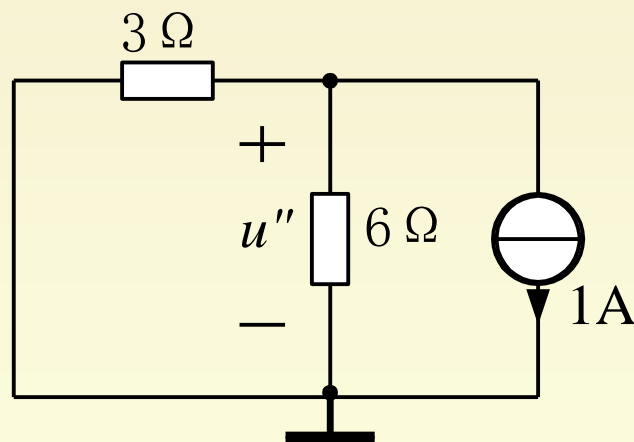


求 6Ω 电阻上的电压 u

(a) 两激励源共同作用时

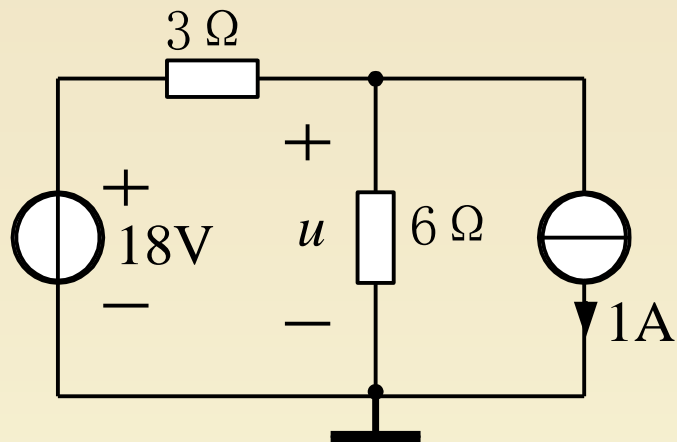


(b) 电压源单独作用时



(c) 电流源单独作用时

$$u = u' + u''$$



(a) 两激励源共同作用时

先对电路(a), 利用节点法列方程得

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) u = \frac{18}{3} - 1$$

解得 $u = 10(\text{V})$

再对电路(a) 利用网孔法列方程得

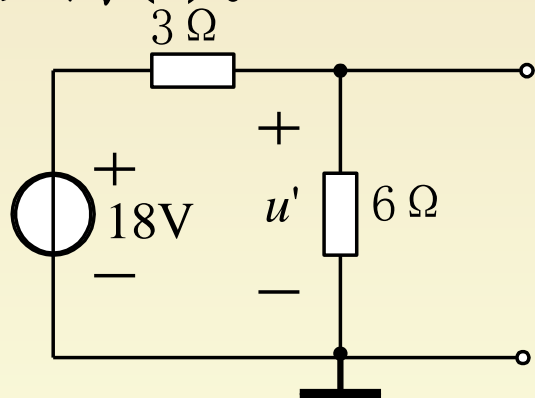
$$(3 + 6)i_1 - 6 \times 1 = 18$$

解得: $i_1 = 8/3 (\text{A})$

$$u = 6 \times (8/3 - 1) = 10(\text{V})$$

使用叠加原理求 u

当电压源单独作用时，电流源置零，既电流源开路，如图(b)。

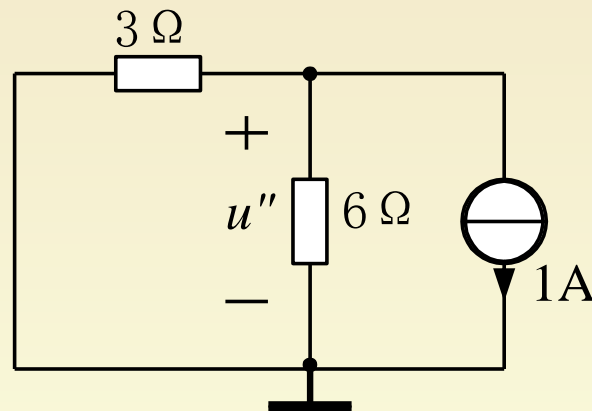


(b) 电压源单独作用时

由分压公式得

$$u' = 12(\text{V})$$

当电流源单独作用时，电压源置零，即电压源短路，如图(c)。



(c) 电流源单独作用时

可得

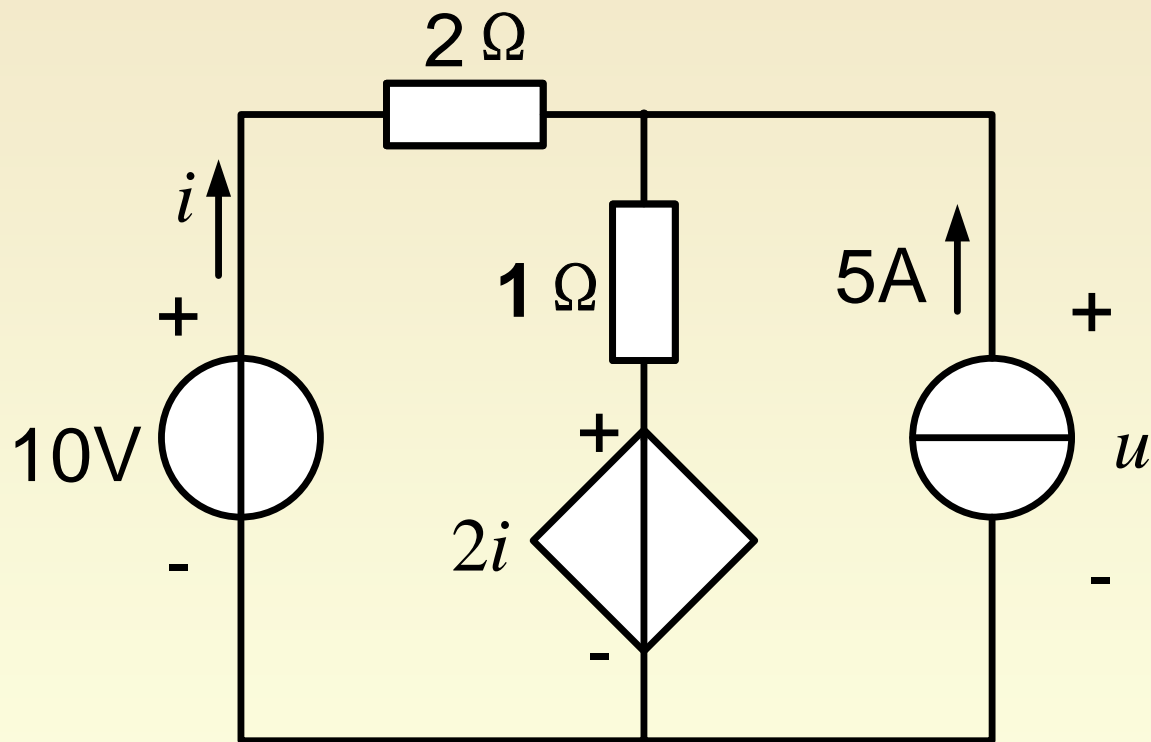
$$u'' = -2(\text{V})$$

$$\text{可见, } u = u' + u'' = 10(\text{V})$$

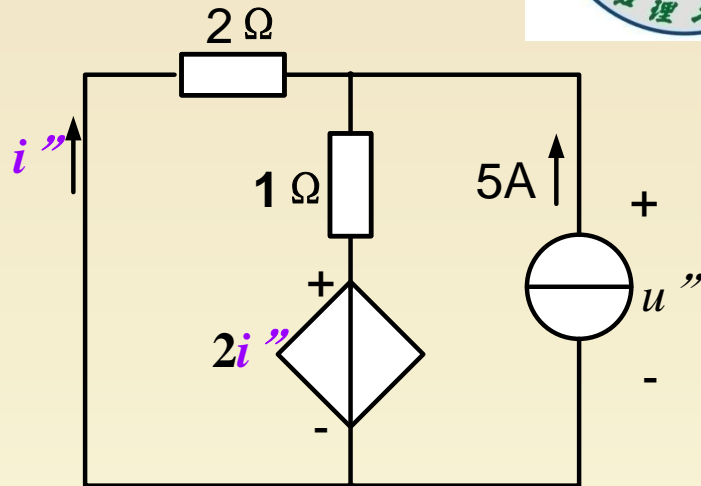
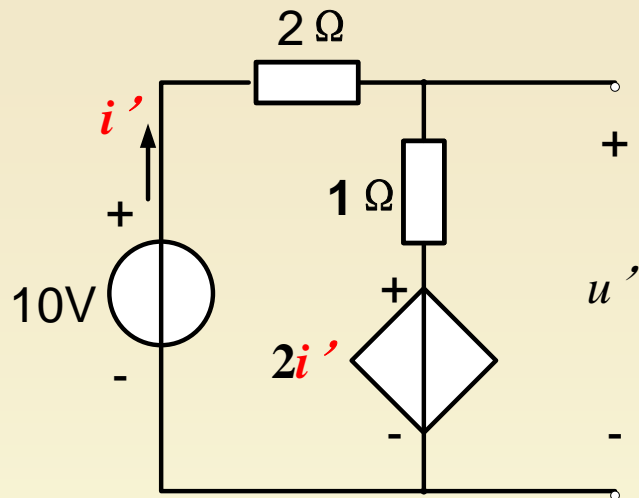
使用叠加定理时应注意:

- (1) 叠加定理仅适用于线性电路求解电压和电流响应，而不能用来计算功率。
- (2) 当一独立源单独作用时，其它独立源的值都应等于零；（即，其它独立电压源短路，独立电流源开路），而电路的结构和所有电阻和受控源均应保留。 注意：受控源保留。

例：电路如图所示，求电流 i , 电压 u 。



解：运用叠加定理



$$i' = (10 - 2i') / (2 + 1)$$

$$u' = 1 \times i' + 2i' = 3i'$$

$$i' = 2A \quad u' = 3i' = 6V$$

$$i = i' + i'' = 2 + (-1) = 1A$$

$$2i'' + 1 \times (5 + i'') + 2i'' = 0$$

$$i'' = -1A \quad u'' = -2 \times i'' = 2V$$

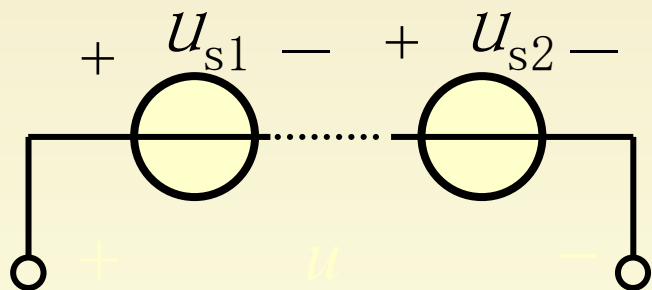
$$u = u' + u'' = 6 + 2 = 8V$$

电路等效的一般定义：如果一个二端网络（对外有两个端钮的网络）和另一个二端网络的伏安关系完全相同，则这两个二端网络对任意的外电路来说是等效的。

在计算中可把一个复杂的二端网络用简单的二端网络代替，从而简化计算过程。

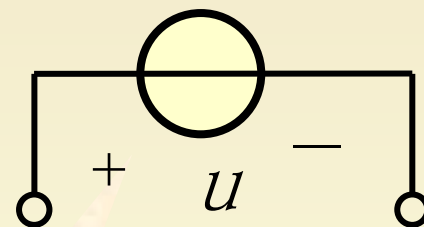
理想电压源串联

若几个理想电压源串联，对外可等效成一个理想电压源，其电压等于相串联理想电压源端电压的**代数和**。



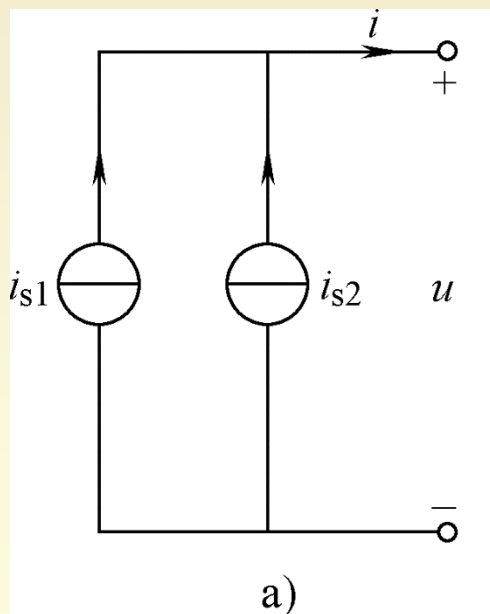
$$u = u_{s1} + u_{s2}$$

等效电路

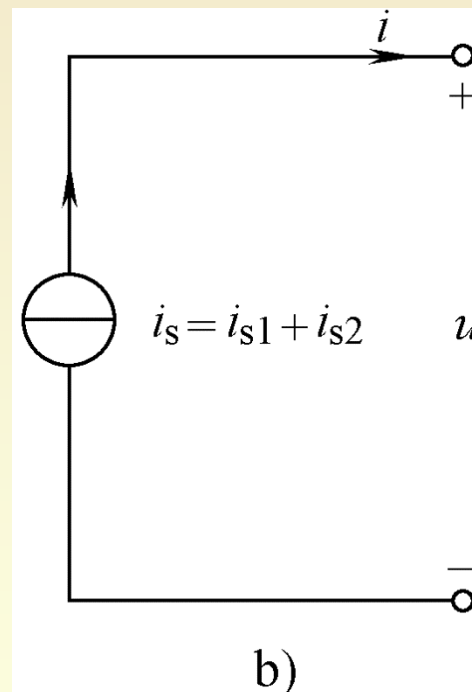


注意参考方向

若几个理想电流源并联可等效成一个理想电流源，其等效源的输出电流等于相并联理想电流源输出电流的代数和。

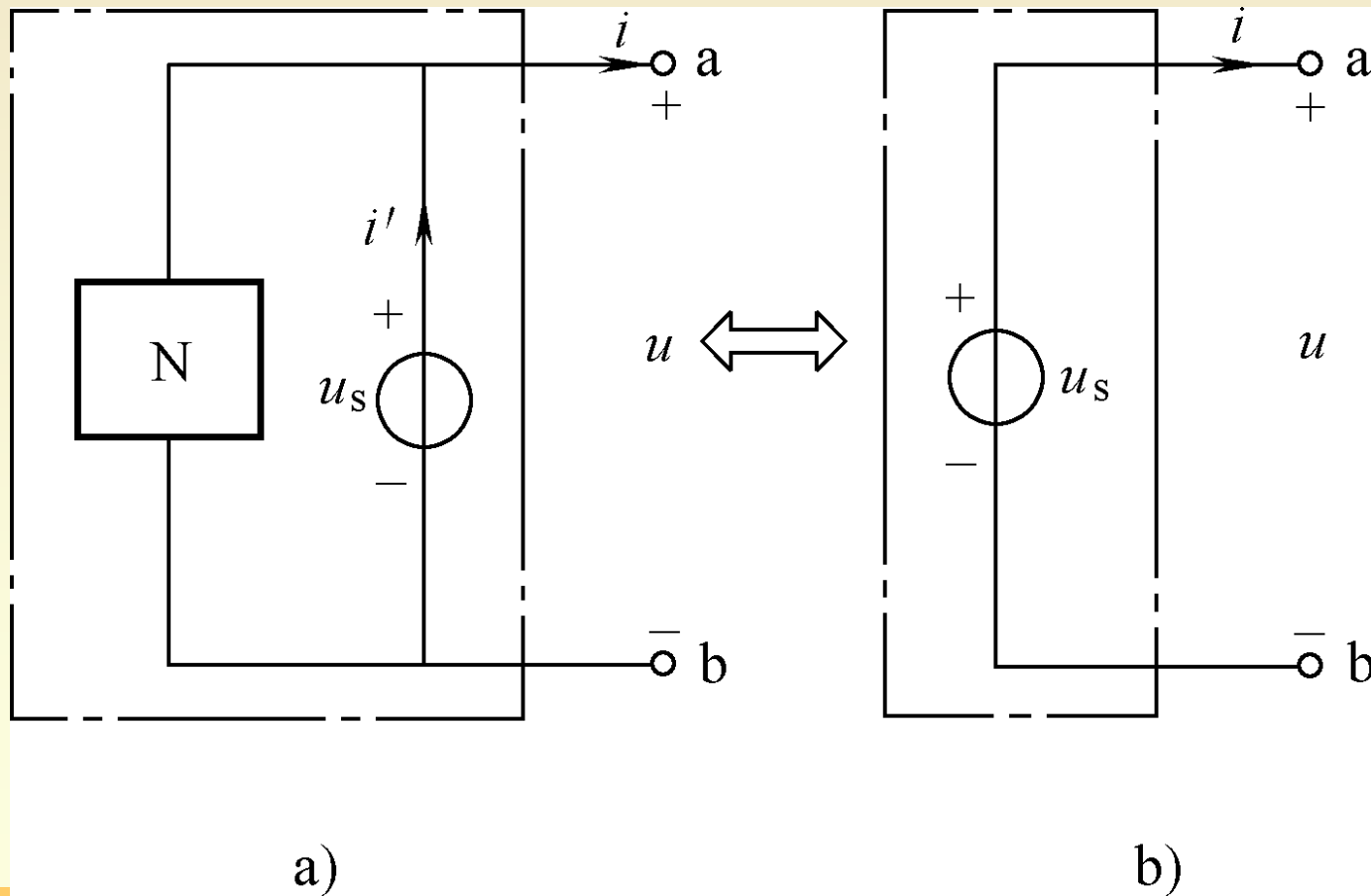


等效电路

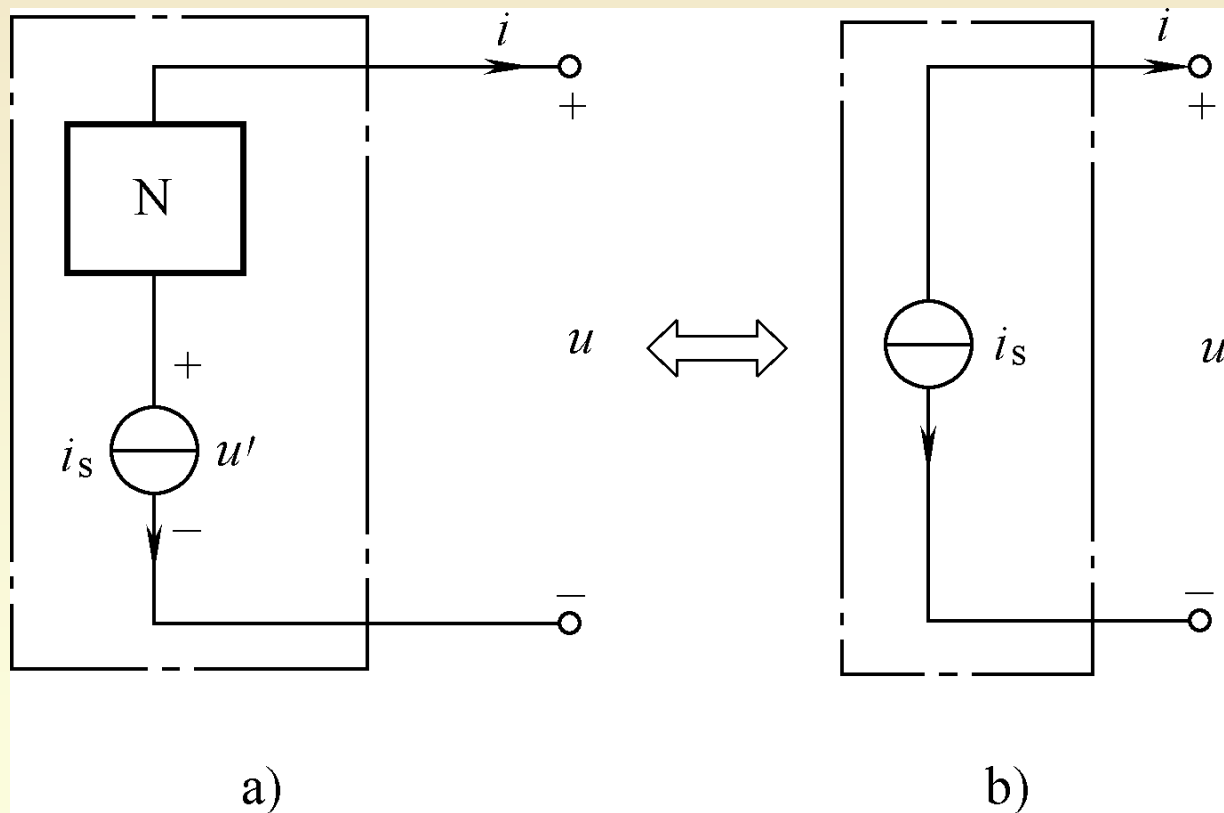


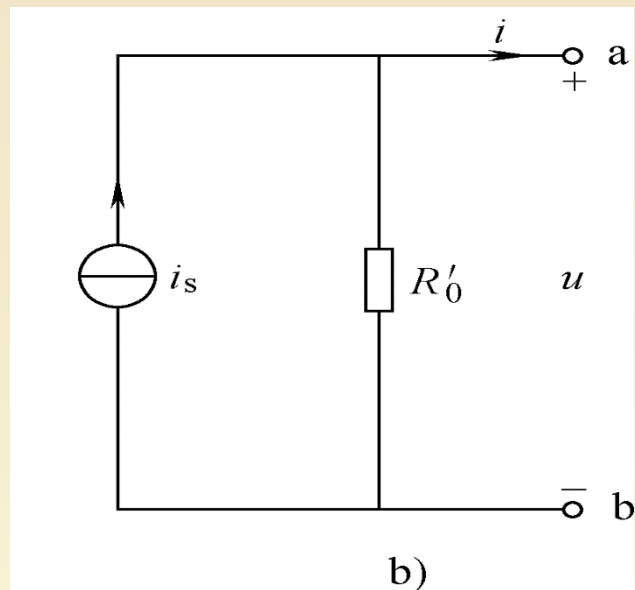
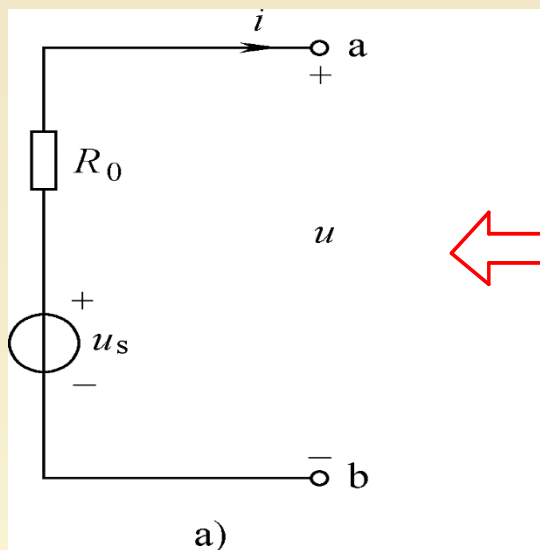
$$i_s = i_{s1} + i_{s2}$$

任意二端网络与理想电压源并联对外等效为此理想电压源。



任意二端网络与理想电流源串联对外均可将其等效为此理想电流源





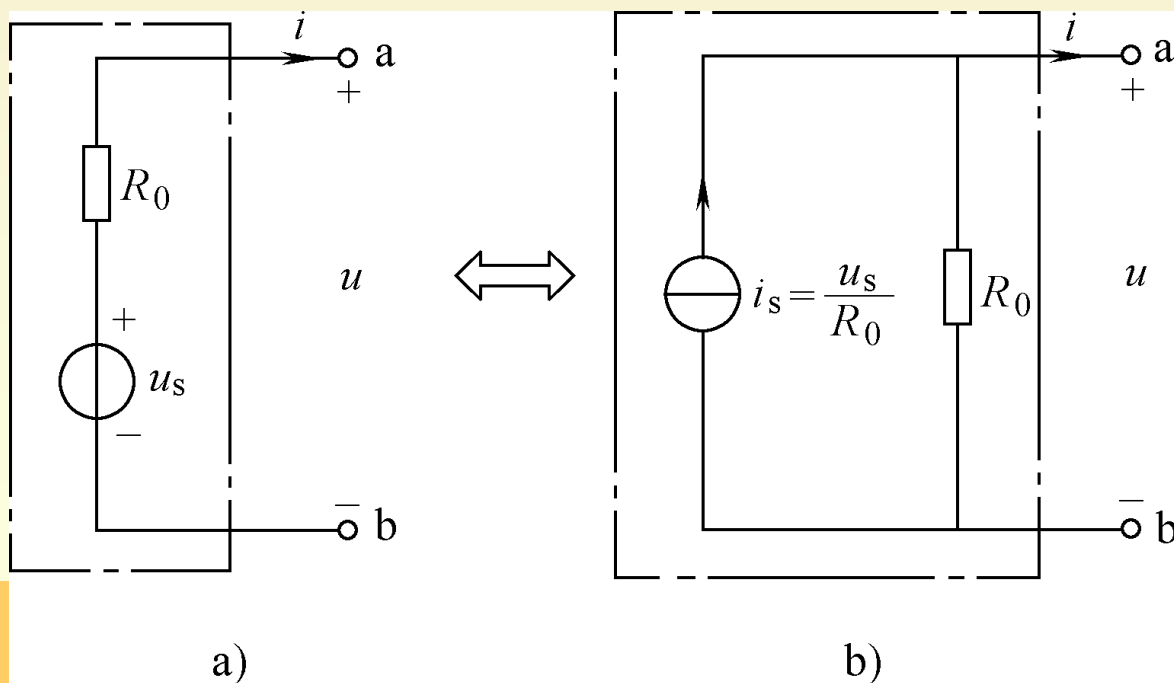
图a $u = u_s - R_0 i$

图b $u = R_0' i_s - R_0' i$

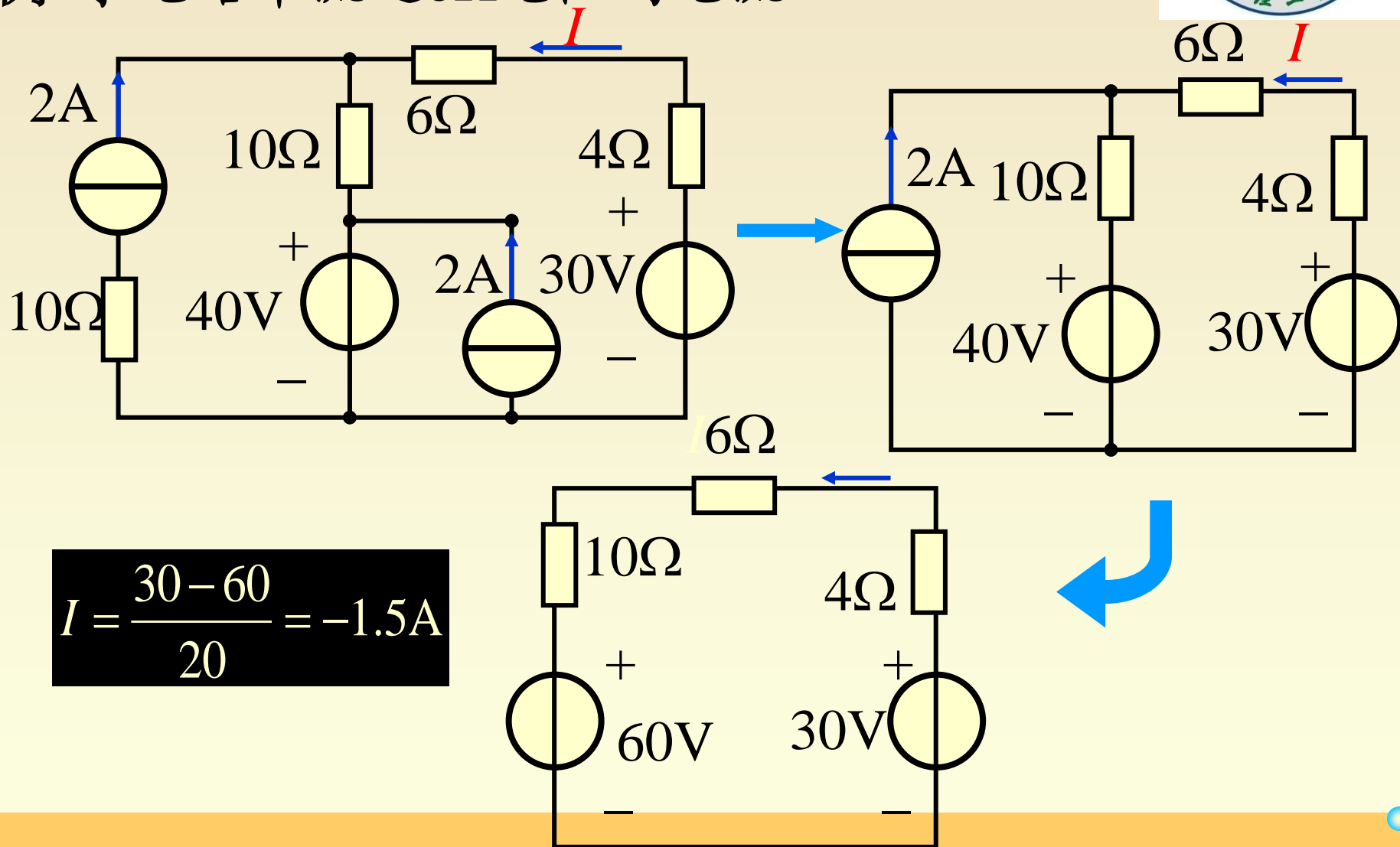
如果要想实际电压源、实际电流源等效应满足

$$R_0 = R_0' \quad u_s = R_0 i_s$$

- (1) 这种等效并不局限于电源模型，可以这样总结：电压为 U_s 的理想电压源和电阻 R_0 串联都可以等效为电流为 U_s / R_0 的理想电流源和这个电阻并联。
- (2) 电压源和电流源的等效是对外电路而言的，或是对电源输出电流、端电压的等效，对电源内部讲是不等效的。
- (3) 理想电压源和理想电流源之间不能等效。
- (4) 等效互换时要特别注意理想电压源的极性和理想电流源的电流方向。

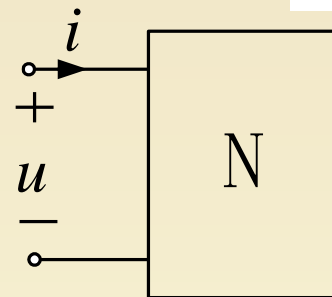


例 求电路中流过 6Ω 电阻的电流



$$I = \frac{30 - 60}{20} = -1.5A$$

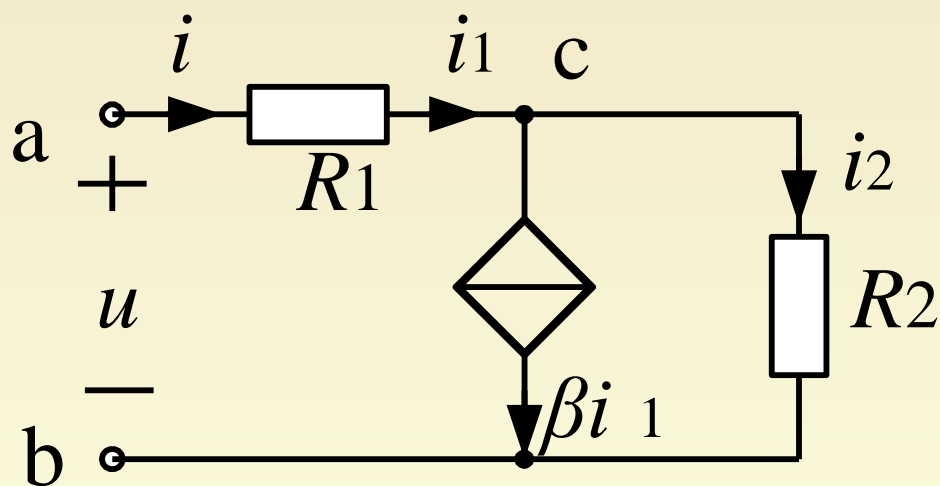
7. 单口网络等效电阻的求解



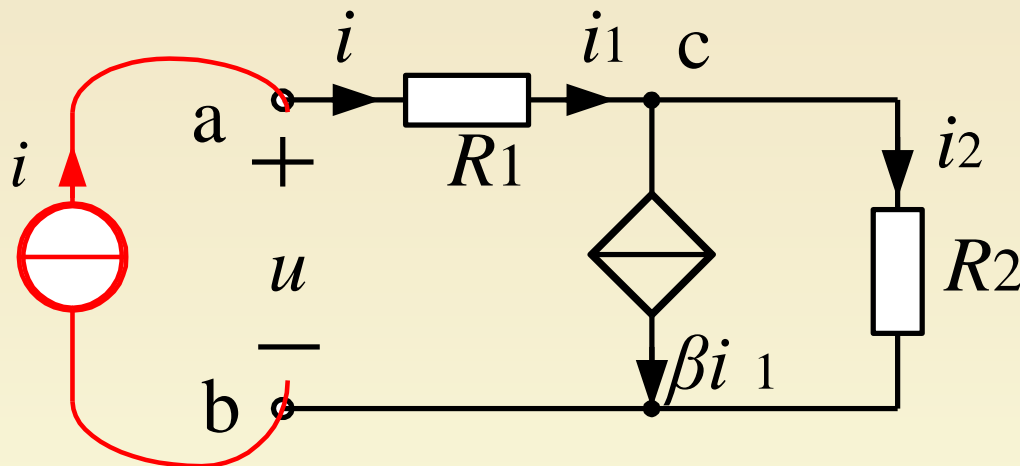
若N中除电阻外，还包括受控源，常用端口加电源的办法（称为**外施电源法**）来求等效电阻：加电压源 u ，求电流 i ；或加电流源 i ，求电压 u （注意：必须设其端口电压 u 与电流 i 为关联参考方向），则定义电路N的等效电阻为

$$R_{eq} = \frac{u}{i}$$

例 求图示电路ab端的等效电阻 R_{ab} 。



解 端口外施电流源*i*求端口的伏安特性。



在c点, 根据KCL, 有 $i_2 = i_1 - \beta i_1$

由于 $i = i_1$, 故 $i_2 = (1 - \beta) i$

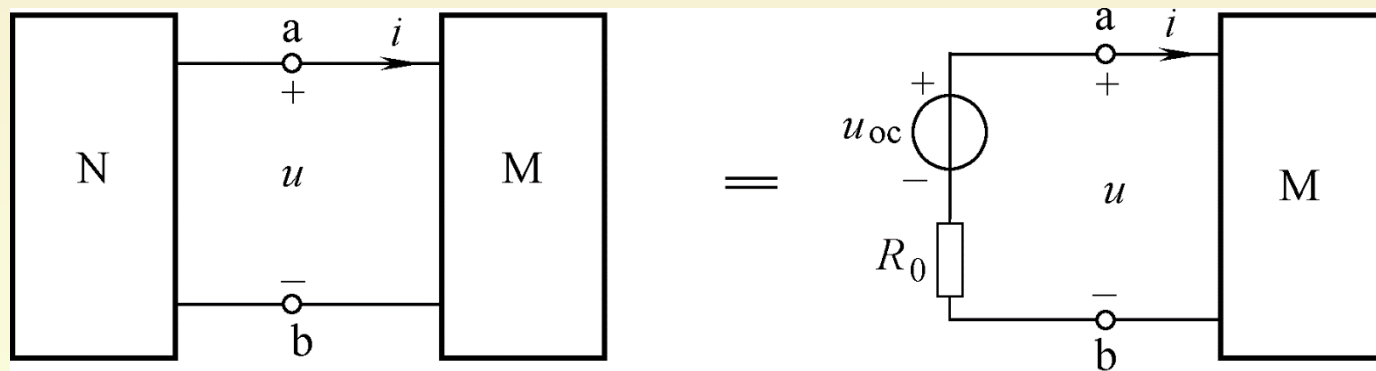
由KVL, 有

$$u = R_1 i_1 + R_2 i_2 = R_1 i + R_2 (1 - \beta) i = [R_1 + R_2 (1 - \beta)] i$$

故 $R_{ab} = u/i = \mathbf{R_1 + R_2(1 - \beta)}$

8. 戴维南定理、最大功率传输

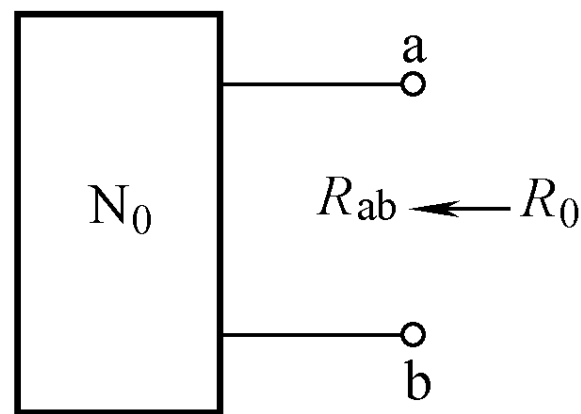
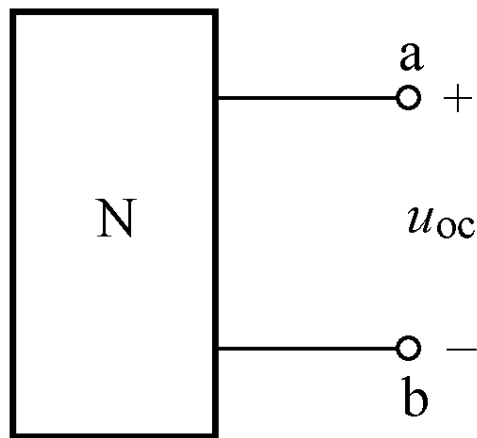
定理内容：线性有源二端网络 N ，就其端口来看可等效为一个理想电压源串联电阻支路，理想电压源的电压等于网络 N 的开路电压 u_{oc} 。串联电阻 R_0 （戴维南等效电阻）等于网络中所有独立源为零时所得网络 N_0 的等效电阻 R_{ab} 。



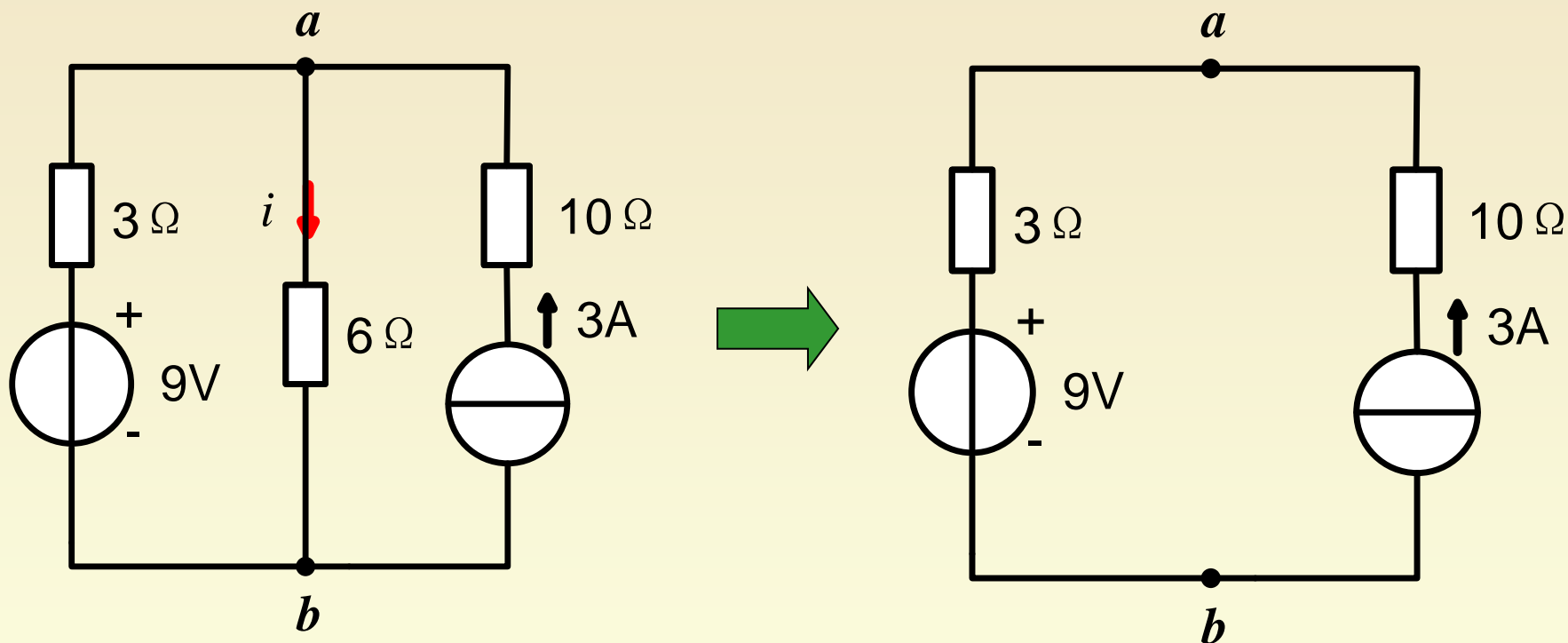
(1) 求网络N的开路电压 u_{oc} 。计算方法视具体电路而定。前面讲过的串并联等效、分流分压关系、电源的等效变换、叠加定理、节点法等都可用。

(2) 求 R_0 ：断开待求支路，剩余的二端网络中所有独立源置零（电压源短路、电流源开路），求此无源网络端钮a、b之间的等效电阻。求戴维宁等效电阻的方法有电阻串并联等效法、开路电压短路电流法、外加电源法，如果二端网络中不含受控源，通常采用电阻串并联等效法。

(3) 画等效电路，求解待求量。

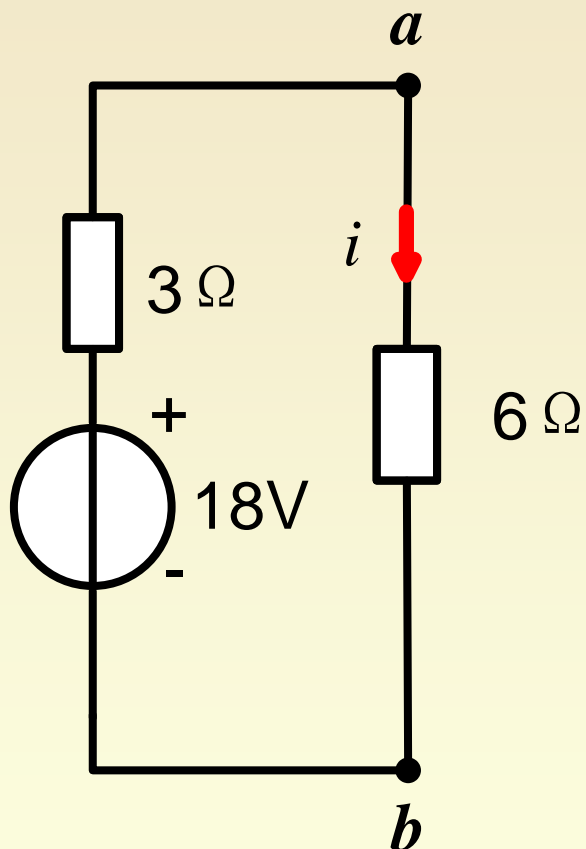


例. 已知电路如图, 求 i



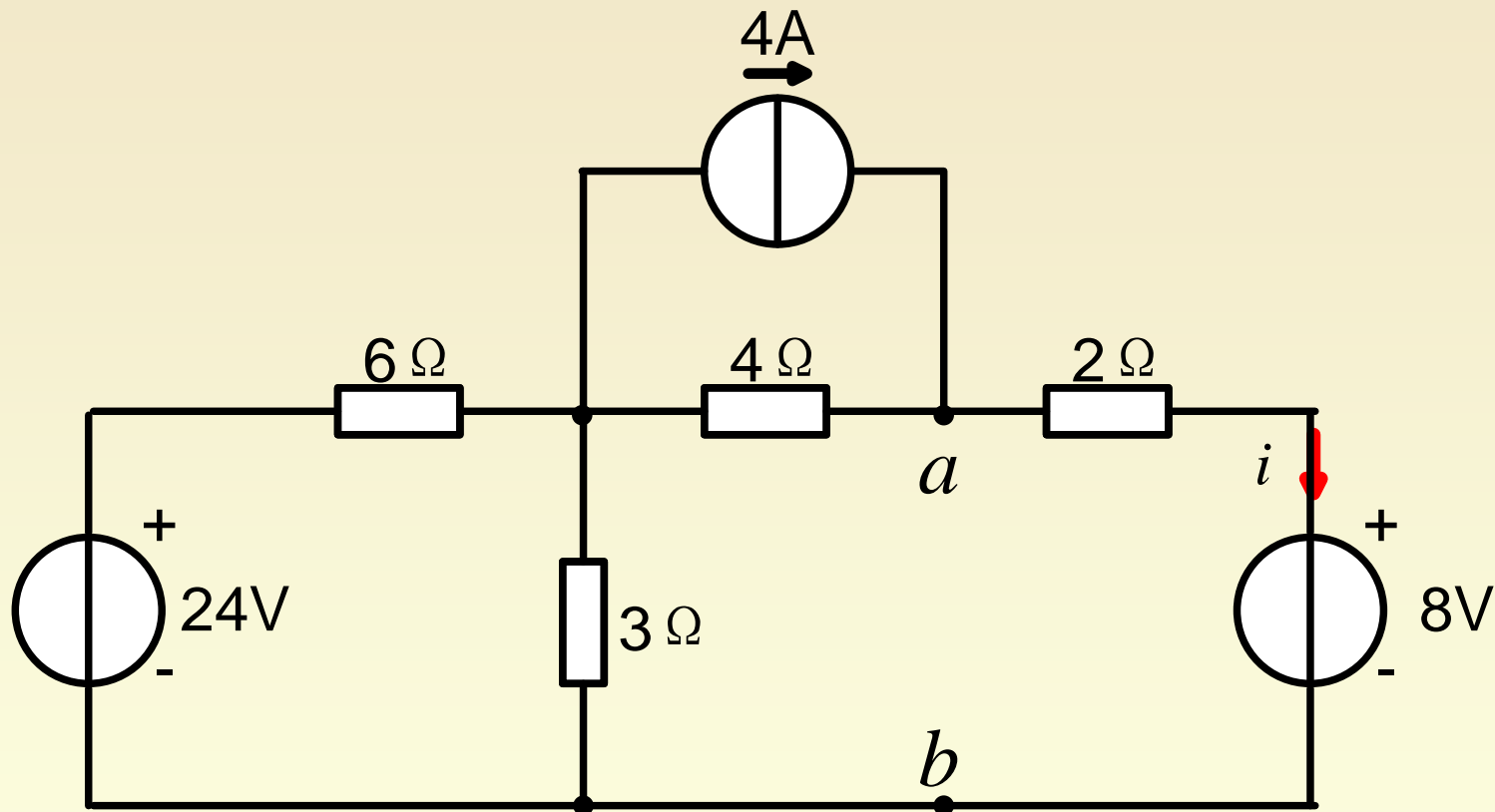
$$U_{ab} = 3 \times 3 + 9 = 18 \text{ V}, \quad R_{ab} = 3 \Omega$$

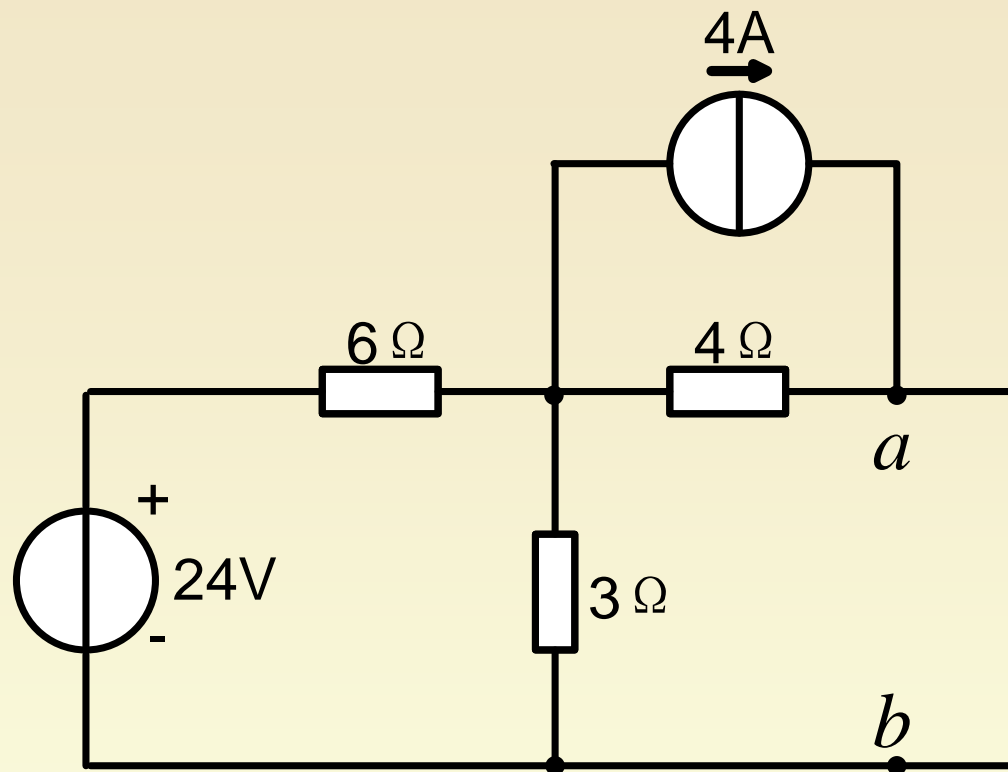
戴维南等效电路



$$i = 18 / (3 + 6) = 2\text{A}$$

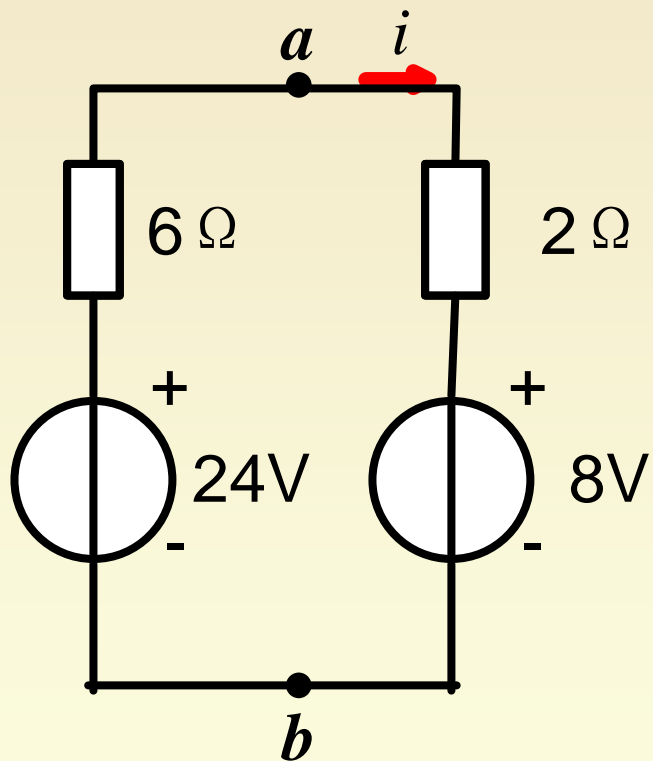
例. 已知电路如图, 求 i





$$U_{ab} = 4 \times 4 + 3 \times [24 / (3 + 6)] = 24 \text{ V} ,$$
$$R_{ab} = 4 + (6 // 3) = 6 \text{ } \Omega$$

戴维南等效电路



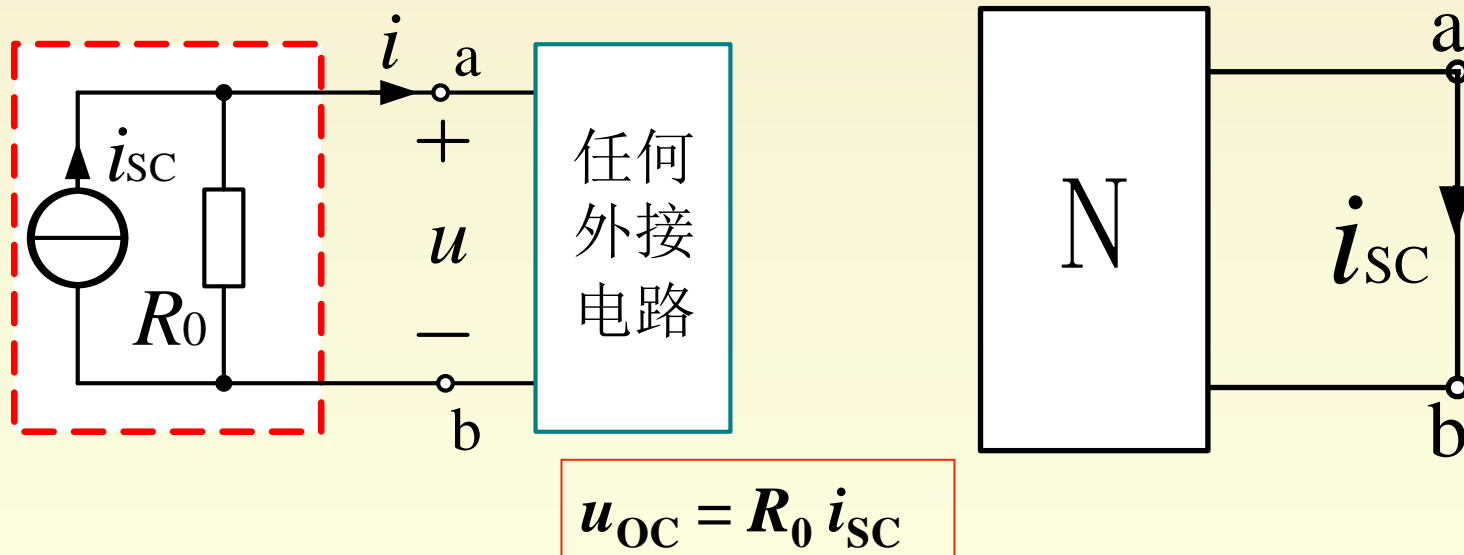
$$i = (24-8) / (2+6) = 8\text{A}$$

诺顿定理:

先将负载支路(或外接电路)短路, 设出短路电流 i_{SC} 的参考方向, 如图所示。注意与诺顿等效电路相对应。

然后利用前面所学过的方法计算短路电流即可。

戴维南电路与诺顿电路互为等效电路。(注意电流源与电压源的方向):



等效内阻的求解

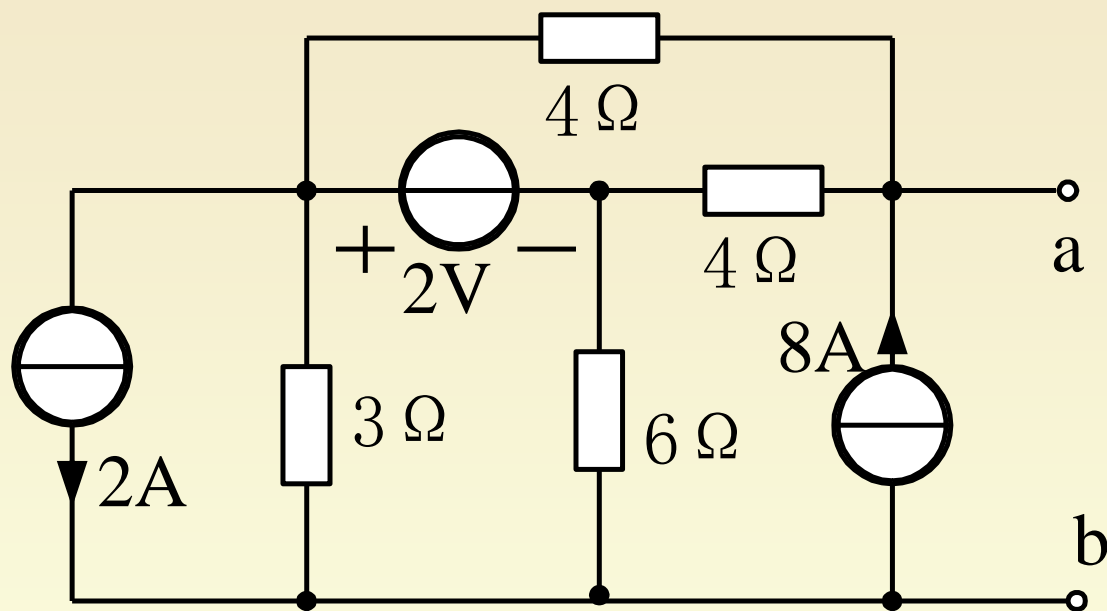
戴维南等效内阻 R_0 的求解是本节的一个难点。

求 R_0 常用下列方法：

① 对无受控源的二端电路 N ——串并联方法：

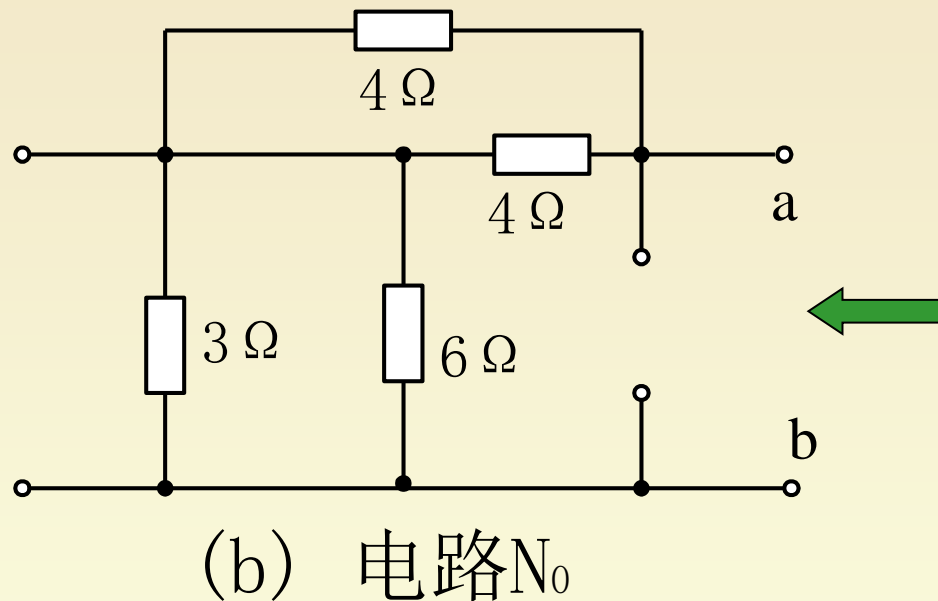
若二端电路 N 中无受控源，当令 N 中所有独立源的值为零（电压源短路，电流源开路）后，得到的 N_0 是一个**纯电阻电路**。此时，利用电阻的串并联公式求 R_0 。

例：如图 (a) 所示电路N，求其戴维南等效电阻 R_0 。



(a) 电路N

解：根据 N_0 的定义，将 N 中的电压源短路，电流源开路得 N_0 ，如图 (b) 所示



由图 (b) 很容易求出 N_0 的 ab 端等效电阻，该电阻就是戴维南等效电阻

$$R_0 = 3 // 6 + 4 // 4 = 2 + 2 = 4 (\Omega)$$

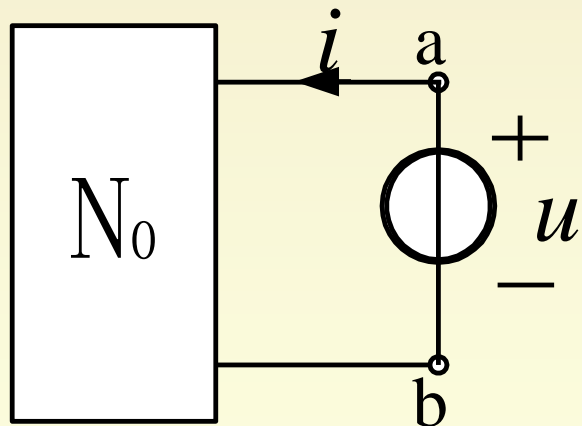
② 对于含受控源的二端电路 N :

若二端电路 N 中含有受控源, 令 N 中所有独立源的值为零 (电压源短路, 电流源开路), **注意: 受控源要保留**, 此时得到的 N_0 内部含受控源. 方法有两种:

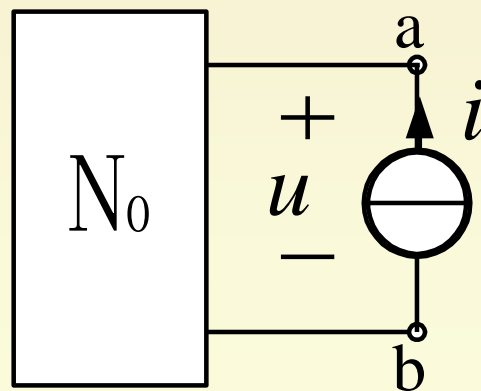
- i 外加电源法
- ii 开路短路法

i 外加电源法

根据电阻的定义，在 N_0 的二端子间外加电源，若加电压源 u ，就求端子上的电流 i (如图a)；若加电流源 i ，则求端子间电压 u (如图b)。注意： u 与 i 对 N_0 来说，必须关联。



(a) 外加电压源法



(b) 外加电流源法

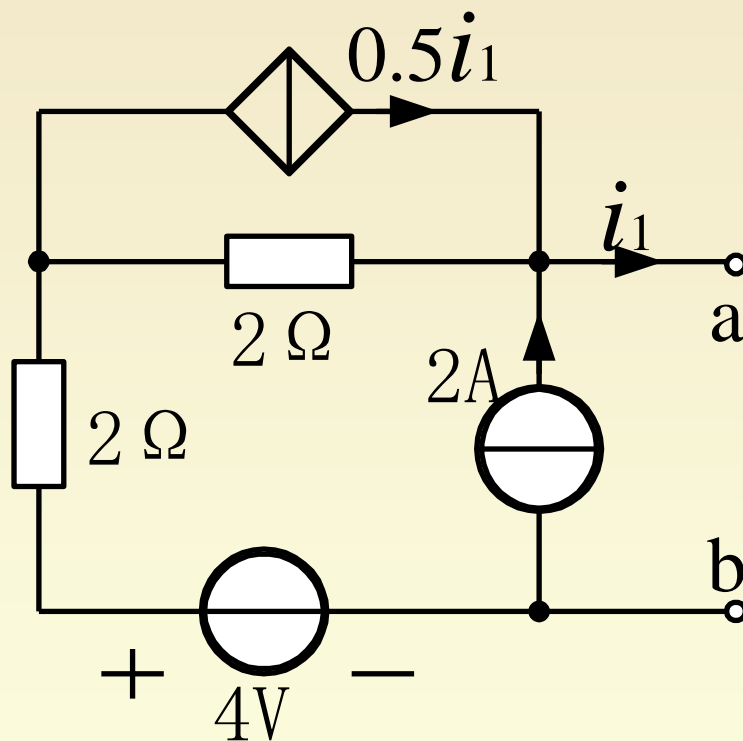
$$R_0 = \frac{u}{i}$$

ii 开路短路法

根据开路电压 u_{OC} 、短路电流 i_{SC} 和 R_0 三者之间的关系求 R_0 。先求出 u_{OC} ，再求出 i_{SC} (注意：若求 u_{OC} 时其参考方向为a为“+”极，则求 i_{SC} 时其参考方向应设成从a流向b)，则

$$R_0 = \frac{u_{OC}}{i_{SC}}$$

例 如图 (a) 电路, 求 R_0 。



(a) 电路N

解一： 将N中电压源短路、电流源开路，受控源保留，得到 N_0 ，并外加电流源 i 。

对电路(b)，已知 i (可以给定具体的值，也可以不给定)，求 u 。

$$i_1 = -i$$

在a点列KCL，有

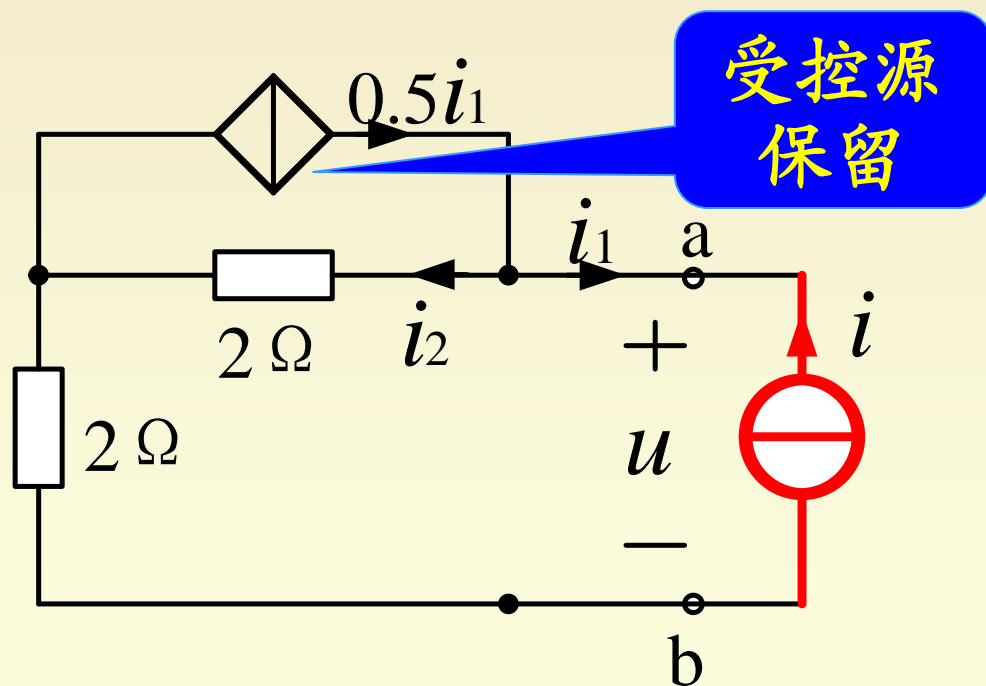
$$i_2 + i_1 - 0.5 i_1 = 0 \text{ 故}$$

$$i_2 = -0.5 i_1 = 0.5 i$$

$$u = 2 i_2 + 2i = i + 2i = 3i$$

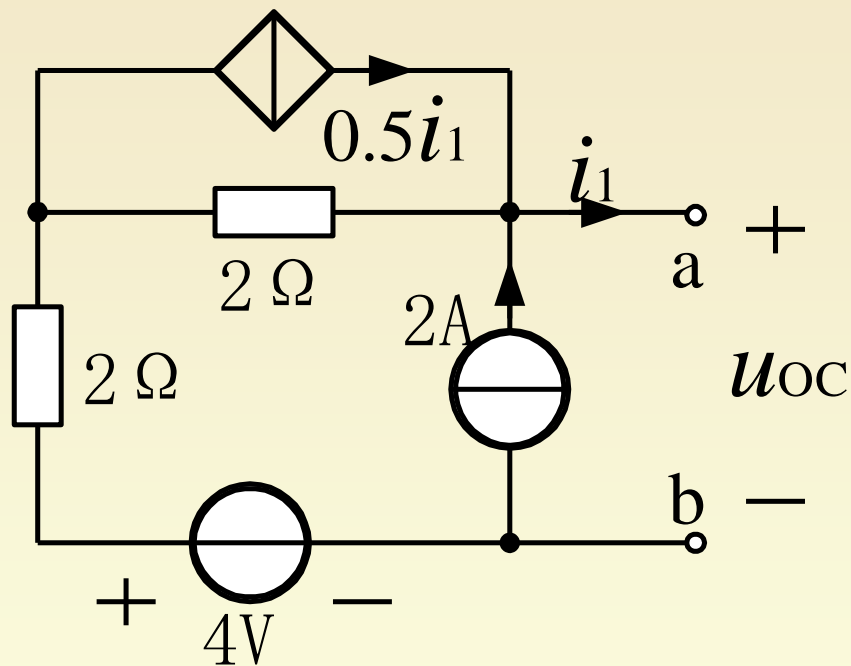
因此

$$R_0 = \frac{u}{i} = 3\Omega$$



(b) 电路 N_0 ，并外加电流源 i

解二：用开路短路法，求 R_0 。



(a) 电路N

开路电压：对图 (a) 电路，
由于ab端开路，故有：

$$i_1 = 0$$

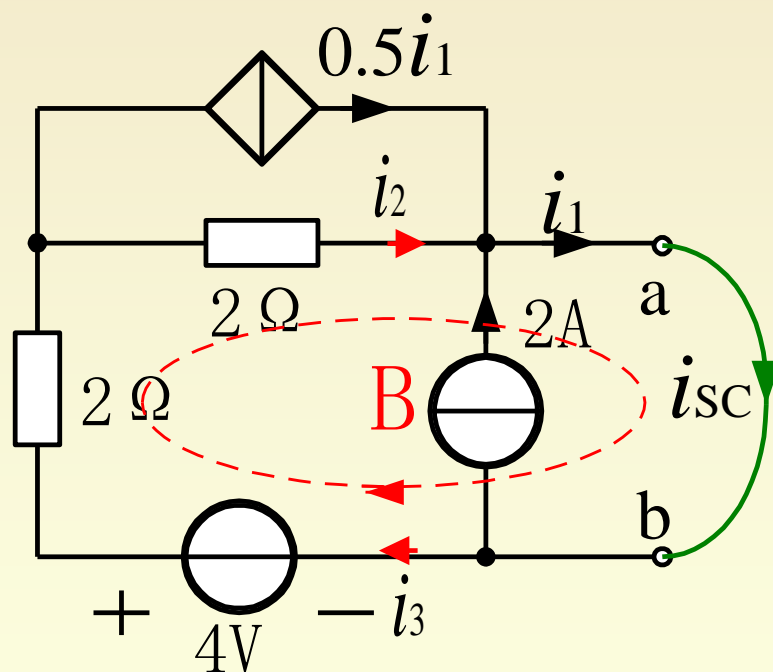
此时，受控电流源相当于
开路

$$u_{OC} = 2 \times 2 + 2 \times 2 + 4 = 12(\text{V})$$

求短路电流

将N的端口短路，并设定短路电流 i_{sc} ， $i_1 = i_{sc}$ 。

设定一些必要支路电流 i_2 和 i_3 ，并设定回路B的巡行方向。



(b) 对N求 i_{sc}

在节点a, b分别列KCL, 有

$$i_2 + 0.5i_1 + 2 = i_1, \quad i_3 + 2 = i_{SC} \quad \text{故}$$

$$i_2 = -2 + 0.5 i_1 = -2 + 0.5 i_{SC}, \quad i_3 = i_{SC} - 2$$

对回路B利用KVL和OL, 有

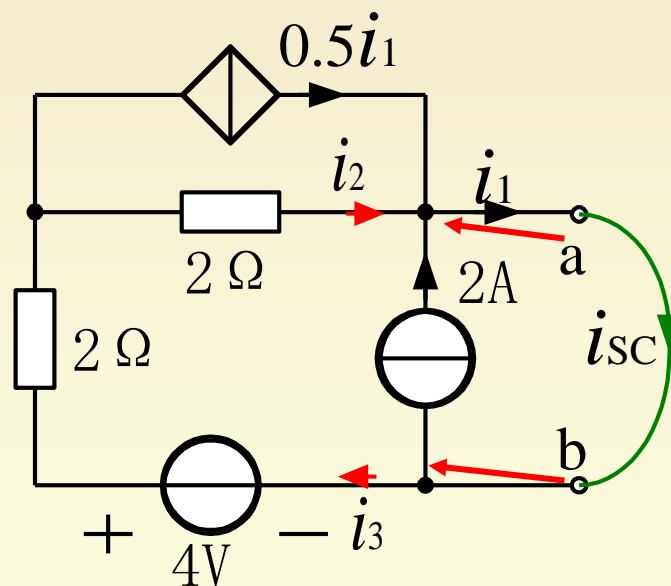
$$2 i_2 - 4 + 2 i_3 = 0$$

代入得

$$2(-2 + 0.5 i_{SC}) - 4 + 2(i_{SC} - 2) = 0$$

解得 $i_{SC} = 4A$

$$R_0 = u_{OC} / i_{SC} = 12/4 = 3(\Omega)$$



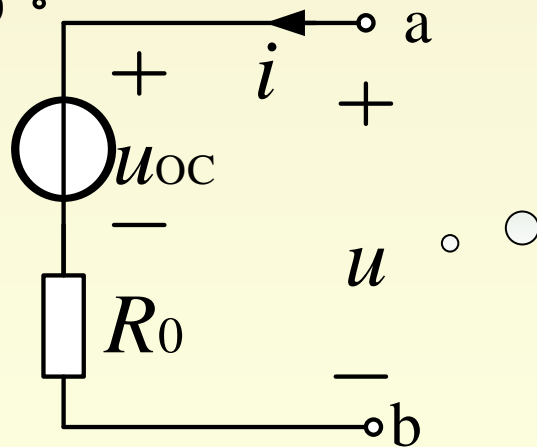
(b) 对N求 i_{SC}

伏安关系法直接求戴维南等效电路

戴维南等效电路如图(a)，端口上电压 u 与电流 i 取关联参考方向，其端口的伏安关系(VCR)为

$$u = u_{OC} + R_0 i$$

伏安关系法就是直接对二端线性电路N，推导出两端子上的电压 u 和电流 i 之间的一次关系式 [即N端子上的伏安关系式(VCR)]，其常数项即为开路电压 u_{OC} ，电流前面所乘的系数即为等效内阻 R_0 。

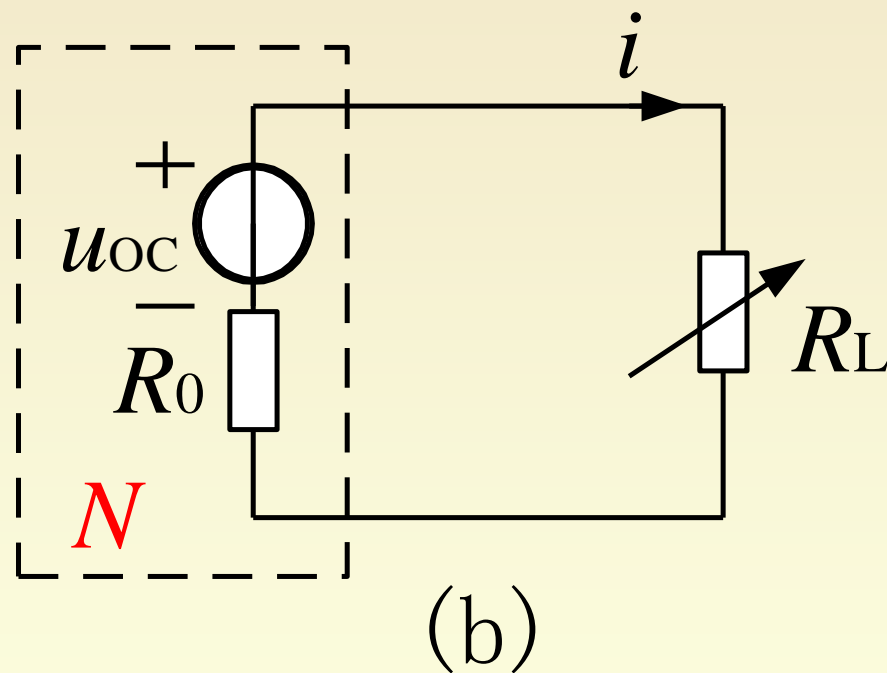


u 与 i 对N
取关联

最大功率传输条件 (最大功率匹配定理):

当 $R_L = R_0$ 时负载获得的功率最大。功率的最大值为

$$P_{L\max} = \frac{u_{OC}^2}{4R_0}$$



$R_L = R_0$ 也称为最大功率匹配条件

7. 电容电感VCR的微分形式

电容的VCR

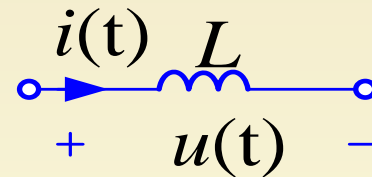
若电容上电压与电流参考方向关联，考虑到
 $i = dq/dt$, $q = C u(t)$, 有

$$i(t) = C \frac{du}{dt}$$

电容VCR的微分形式

电感的VCR

对线性电感，由于 $\Psi(t) = L i(t)$ ，故有 $u(t) = \frac{d \Psi(t)}{d t}$



$$u(t) = L \frac{d i}{d t}$$

称电感VCR的微分形式

8. 三要素法求电路的一阶响应

直流激励时一阶电路的响应为

$$y(t) = [y(0_+) - y(\infty)]e^{-t/\tau} + y(\infty), \quad t \geq 0$$



三要素公式

三要素公式说明

(1) 适用范围：直流激励下一阶电路中任意处的电流和电压；

(2) 三要素：

$y(0_+)$ ：响应（电压或电流）的初始值，

$y(\infty)$ ：响应的稳定值

τ ：电路的时间常数。

(3) 三要素法不仅可以求全响应，也可以求零输入响应和零状态响应分量。

(4) 若初始时刻为 $t = t_0$ ，则三要素公式为

$$y(t) = [y(t_{0+}) - y(\infty)]e^{-(t-t_0)/\tau} + y(\infty), \quad t \geq t_0$$

三要素的计算（归纳）

(1) 初始值 $y(0_+)$

步骤:

(1) 0_- 等效电路, 计算 $u_C(0_-)$ 和 $i_L(0_-)$

(2) 换路定律得

$$u_C(0_+) = u_C(0_-), \quad i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

(3) 画 0_+ 等效电路, 求其它电压、电流的初始值。

(2) 稳态值 $y(\infty)$

换路后 $t \rightarrow \infty$ 时, 电路进入直流稳态, 电容开路, 电感短路

步骤:

(1) 换路后, 电容开路, 电感短路, 画出稳态等效电阻电路。

(2) 稳态值 $y(\infty)$ 。

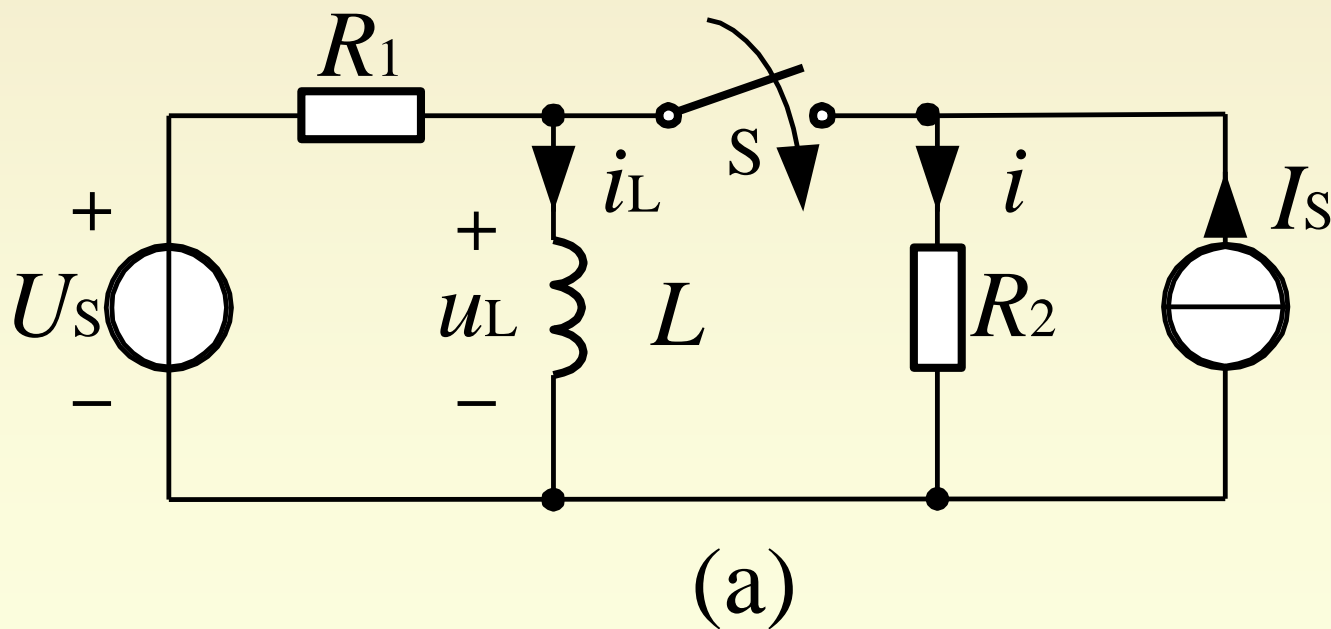
(3) 时常数 τ

一阶RC电路, $\tau = R_0 C$;

一阶RL电路, $\tau = L / R_0$;

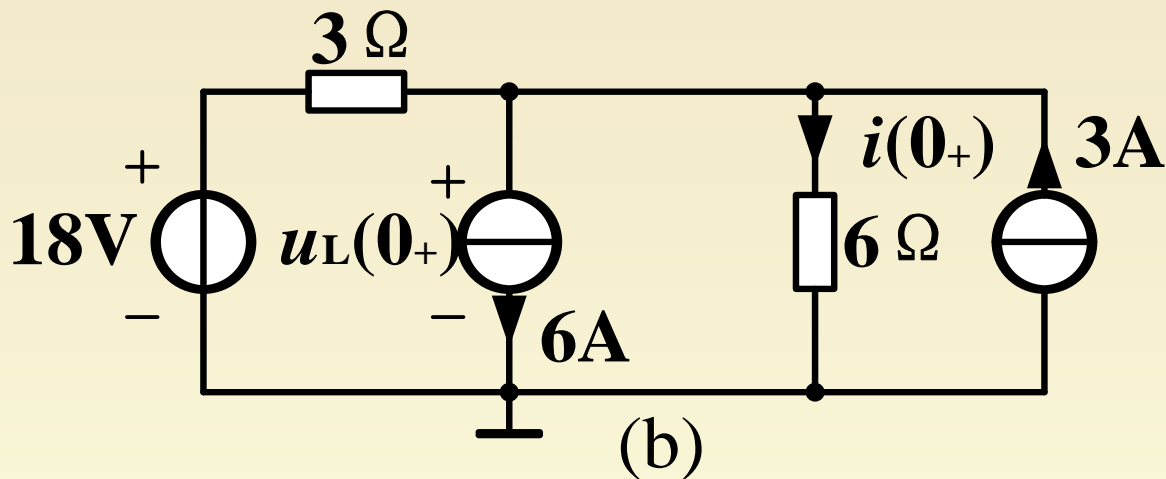
R_0 是换路后从动态元件C或L看进去的戴维南等效内阻

例1 图 示电路, $I_S = 3A$, $U_S = 18V$, $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $L = 2H$, 在 $t < 0$ 时电路已处于稳态, 当 $t = 0$ 时开关S闭合, 求 $t \geq 0$ 时的 $i_L(t)$ 、 $u_L(t)$ 和 $i(t)$ 。



解 (1) 求 $i_L(0_+) = i_L(0_-) = U_S / R_1 = 6A$

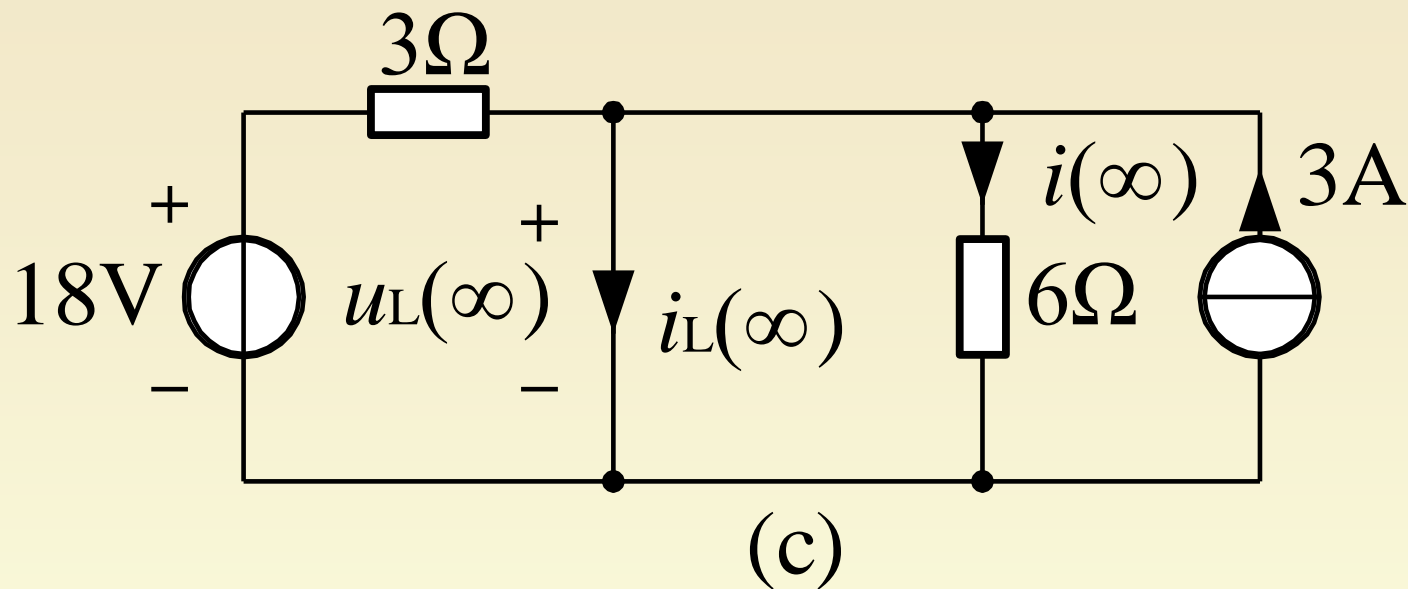
(2) 画 0_+ 等效电路。



列节点方程
$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) u_L(0_+) = \frac{18}{3} - 6 + 3$$

得 $u_L(0_+) = 6V, \quad i(0_+) = u_L(0_+) / 6 = 1A$

(3) 画 ∞ 等效电路



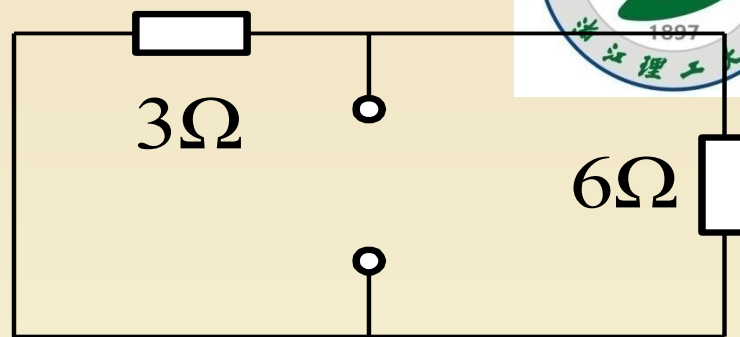
$$u_L(\infty) = 0, \quad i(\infty) = 0,$$

$$i_L(\infty) = 18/3 + 3 = 9\text{A}$$

(4) 计算时常数 τ 。

$$\tau = L/R_0 \quad R_0 = 3//6 = 2\Omega$$

$$\tau = 2/2 = 1s$$



(d)

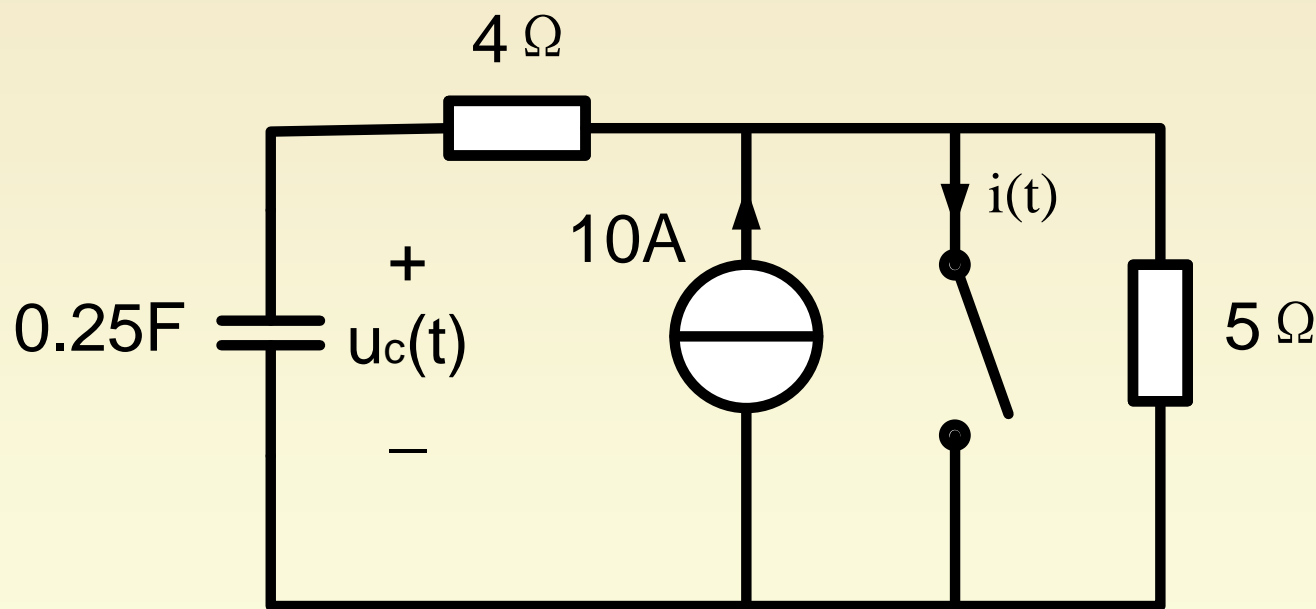
(5) 代入三要素公式得。

$$i_L(t) = [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty) = (6 - 9)e^{-t} + 9 = 9 - 3e^{-t} (A) \quad t \geq 0$$

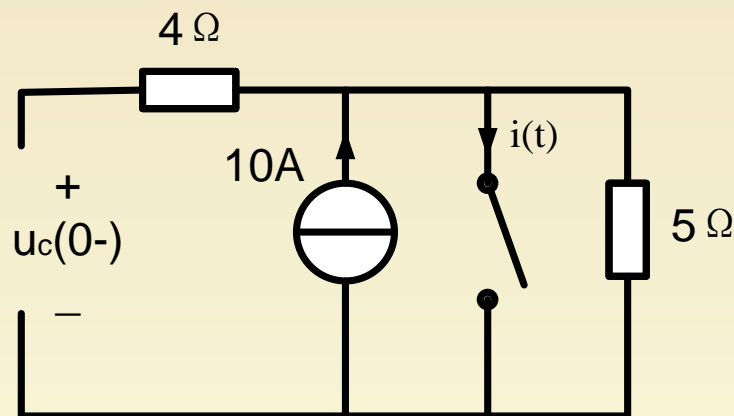
$$u_L(t) = [u_L(0_+) - u_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_L(\infty) = 6e^{-t} (V) \quad t \geq 0$$

$$i(t) = [i(0_+) - i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i(\infty) = e^{-t} (A) \quad t \geq 0$$

例 电路如图， $t=0$ 时开关闭合，闭合前电路已处于稳态，求 $u_c(t)$ 和 $i(t)$

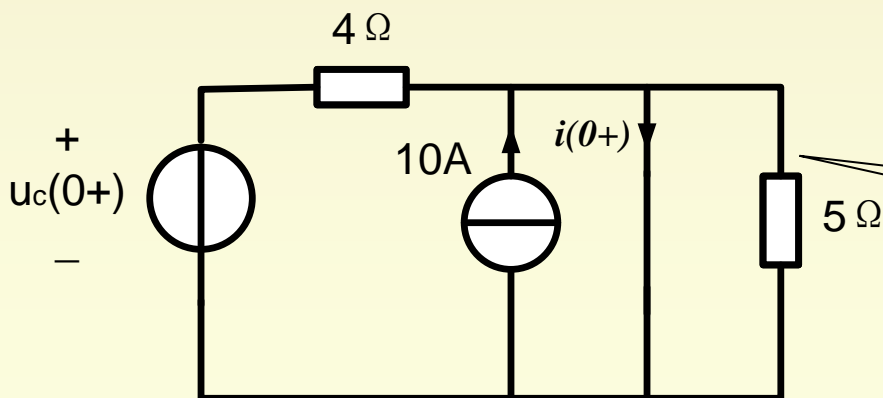


解： (1) 求初始值 $u_c(0+)$, $i(0+)$



$$u_c(0^-) = 50\text{V} = u_c(0+)$$

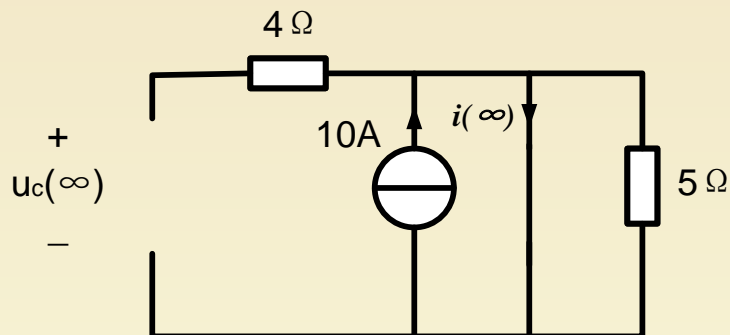
$$i(0^-) = 0 = i(0+) \quad \text{X}$$



$$i(0^+) = 10 + 50/4 = 22.5\text{A}$$

求非独立初始值时一定要画 0^+ 等效电路。切记！切记！

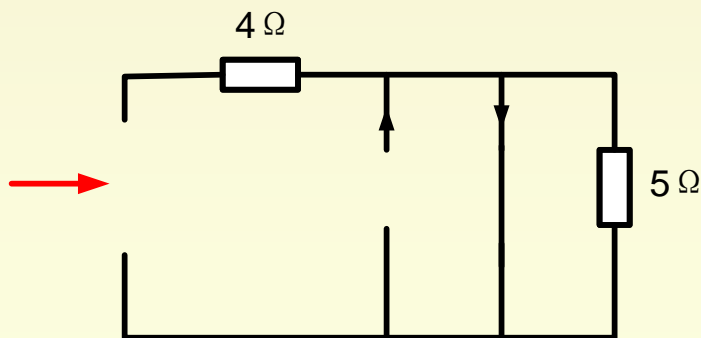
(2) 求稳态值 $u_c(\infty)$, $i(\infty)$



$$u_c(\infty) = 0V$$

$$i(\infty) = 10A$$

(3) 求 τ



$$R = 4\Omega$$

$$\tau = RC = 1$$

最后写出结果:

$$u_c(t) = (50 - 0)e^{-t} + 0 = 50e^{-t}V$$

$$i(t) = (22.5 - 10)e^{-t} + 10 = 12.5e^{-t} + 10A$$

9. 正弦稳态电路的计算（平均功率，电表读数）

平均功率 (average power) P :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T [UI \cos \theta + UI \cos(2\omega t + 2\varphi_u - \theta)] dt$$

$$P = UI \cos \theta$$

$\theta = \varphi_u - \varphi_i$: 功率因数角。对无源网络，为其等效阻抗的阻抗角。

$\cos \theta$: 功率因数。

$$\cos \varphi = \begin{cases} 1, & \text{纯电阻电路} \\ 0, & \text{纯电抗电路} \end{cases}$$

一般地，有 $0 \leq |\cos \varphi| \leq 1$

例： $\cos \varphi = 0.5$ (感性)，则 $\varphi = 60^\circ$ (电压超前电流 60°)。

平均功率实际上是电阻消耗的功率，亦称为**有功功率**。表示电路实际消耗的功率，它不仅与电压电流有效值有关，而且与 $\cos \varphi$ 有关，这是交流和直流的很大区别，主要由于电压、电流存在相位差。

无功功率 (reactive power) Q

$$\overset{\text{def}}{Q} = UI \sin \theta$$

表示交换功率的最大值，单位：var (乏)。

Q 的大小反映电路N与外电路交换功率的大小。
是由储能元件 L 、 C 决定。

视在功率 S

$$\overset{\text{def}}{S} = UI \quad \text{单位：VA (伏安)}$$

反映电气设备的容量。

单口网络**平均功率**的求解：

$$P = UI\cos\theta = U^2\operatorname{Re}[Y] = I^2\operatorname{Re}[Z]$$

Z 为单口网络的等效阻抗， Y 为单口网络的等效导纳。

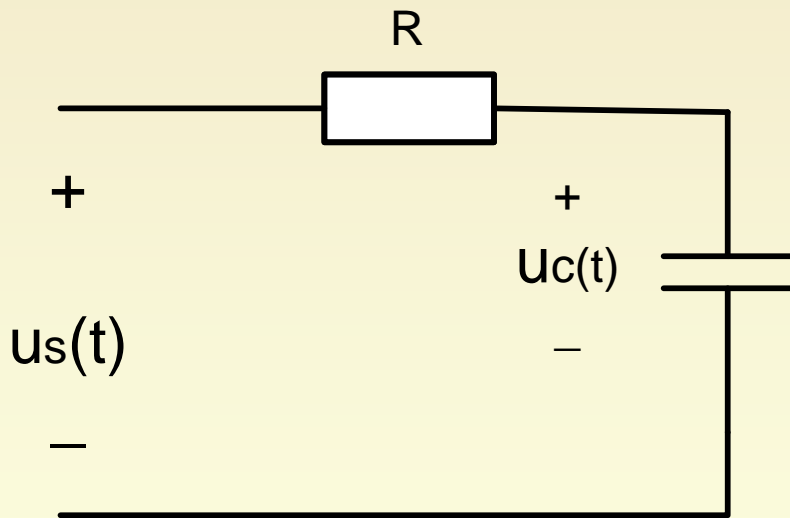
注： $R_e[Z] \neq \frac{1}{R_e[Y]}$

根据功率守恒： $P = \sum P_k$

对不含电源的单口网络，消耗的平均功率

$$\begin{aligned} P &= \text{网络内部各电阻消耗的平均功率的总和} \\ &= \text{端口处所接电源提供的平均功率} \end{aligned}$$

RC 串联电路, 已知 $U_C = 6V$, 电阻消耗功率 $P=18W$, 外施电压 $u_s(t)=12\cos 4t \text{ v}$, 求 R 和 C



解：由题已知 $U_s = 12 / \sqrt{2} = 6\sqrt{2}V$ $\omega = 4$

此题的关键

又电容的电压滞后电阻的电压90度，所以：

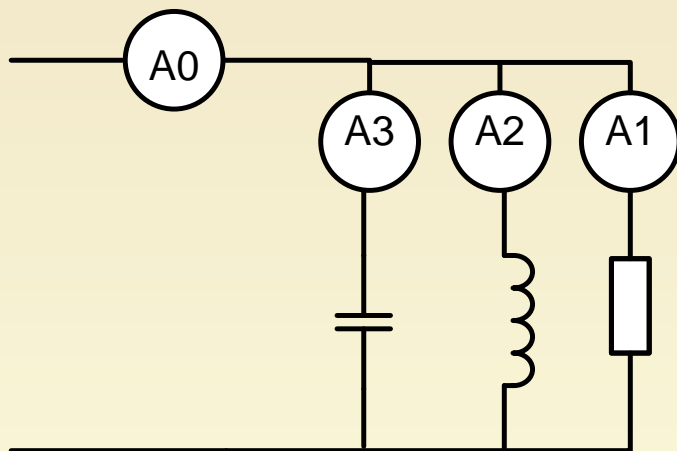
$$U_R = \sqrt{U_s^2 - U_c^2} = 6V$$

$$R = \frac{U_R^2}{P} = \frac{36}{18} = 2\Omega \quad I = \frac{P}{U_R} = \frac{18}{6} = 3A$$

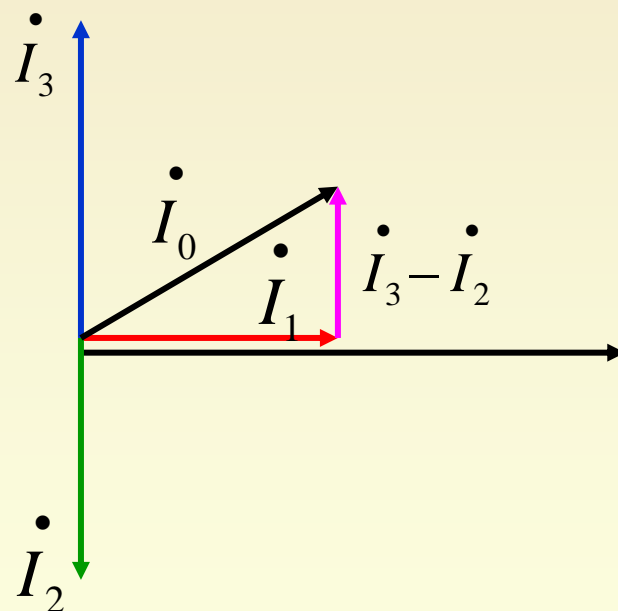
$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{6}{3} = 2\Omega \quad C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{8} F$$

思考：换成RL串联电路呢？

例 电路如图，电流表内阻为零，A1,A2,A3的读数依次是40mA,50mA,80mA,求A0的读数（求I）



分析：三者电压相同，以电压相量作为参考



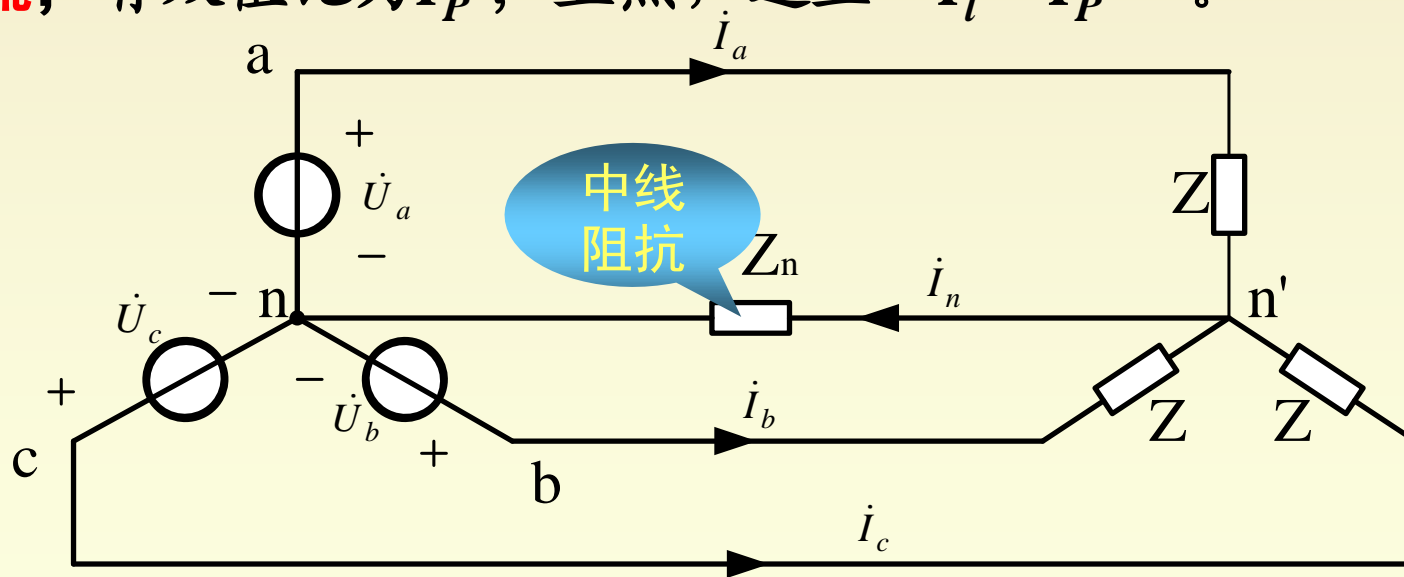
$$I_0 = \sqrt{40^2 + (80 - 50)^2} = 50\text{mA}$$

思考：求 RLC 串联时的总电压的情况。

10. 三相电路

Y-Y电路分析

图中为对称三相四线制Y-Y系统，
端线电流称为**线电流**，有效值记为 I_l ；各相负载电流称为**相电流**，有效值记为 I_P ；显然，这里 $I_l = I_P$ 。



显然有: $U_l = U_P$ $I_l = \sqrt{3}I_P$

各相负载吸收的功率

$$P_P = U_P I_P \cos \theta_Z = \frac{U_l}{\sqrt{3}} I_l \cos \theta_Z$$

三相负载吸收的总功率为

$$P = 3P_P = 3U_P I_P \cos \theta_Z = \sqrt{3}U_l I_l \cos \theta_Z$$

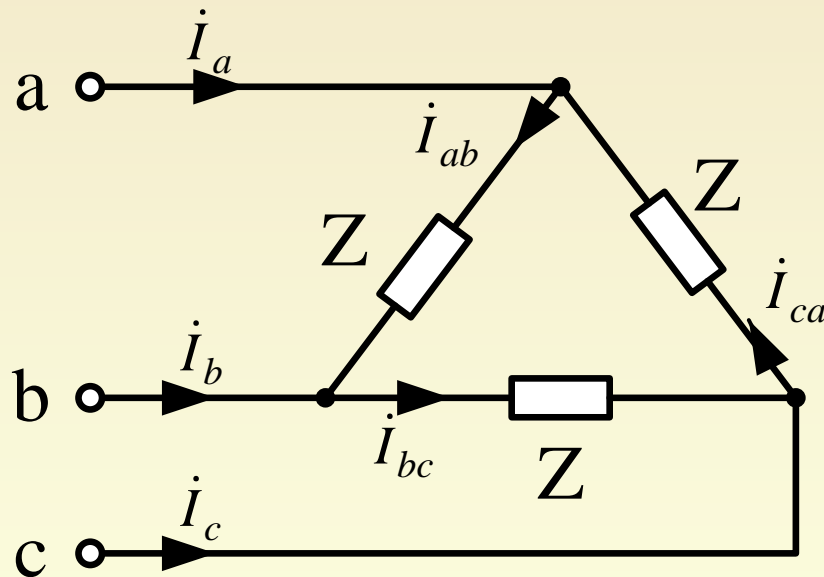
Y- Δ 电路分析

图是 Δ 形连接的对称负载，若线电压是对称的，就组成对称三相电路。线电压为

$$\dot{U}_{ab} = U_l \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{bc} = U_l \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{ca} = U_l \angle 120^\circ$$



显然，有

$$U_l = U_p \quad I_l = \sqrt{3}I_p$$

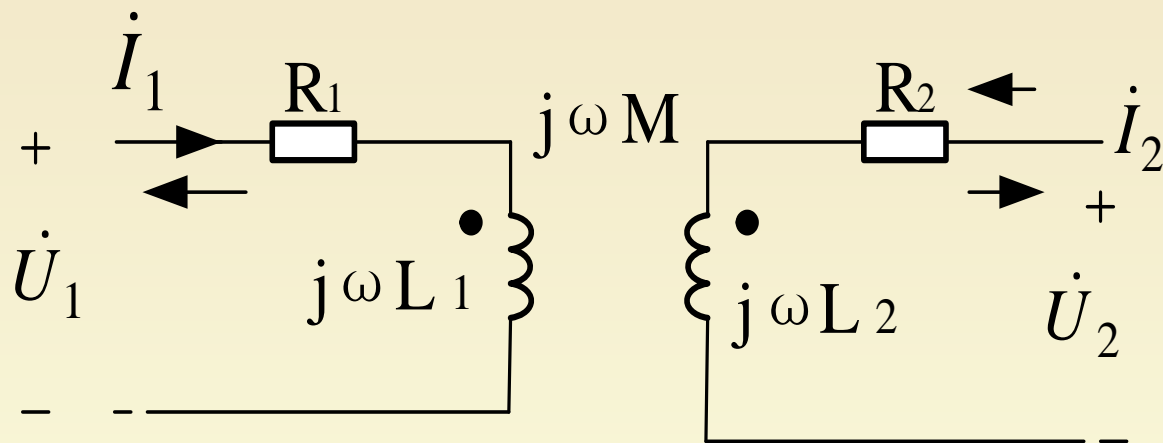
各相负载功率

$$P_P = U_P I_P \cos \theta_Z = U_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos \theta_Z$$

总功率同前

$$P = 3P_P = 3U_P I_P \cos \theta_Z = \sqrt{3}U_l I_l \cos \theta_Z$$

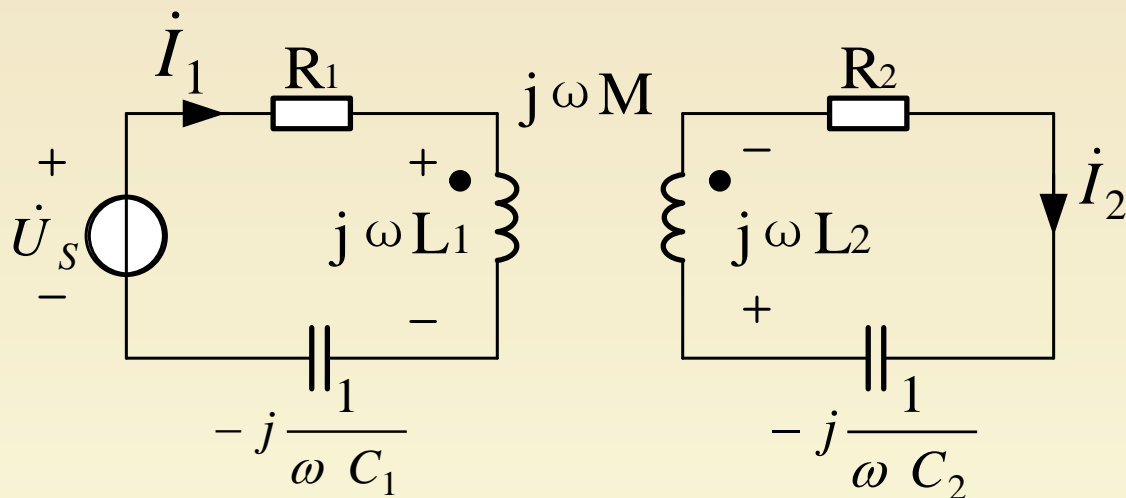
11. 耦合电感的相量模型



$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1$$

回路（网孔）法分析



列回路KVL方程得

$$R_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_1 - j \frac{1}{\omega C_1} \dot{I}_1 - \dot{U}_s = 0$$

$$R_2 \dot{I}_2 - j \frac{1}{\omega C_2} \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0$$

耦合电感VCR, 得

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1$$

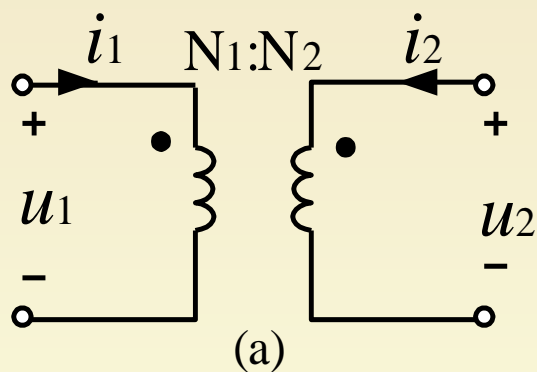
代入即可解得 \dot{I}_1 和 \dot{I}_2 。

此方程可以使用互感电源
和去耦等效两种方法获得

$$\begin{cases} (R_1 + j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ -j\omega M \dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2}) \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

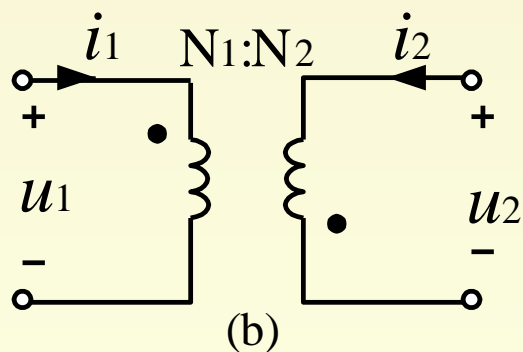
12. 理想变压器

理想变压器的电路模型：



VCR 为

$$\begin{cases} u_1(t) = nu_2(t) \\ i_1(t) = -\frac{1}{n}i_2(t) \end{cases}$$



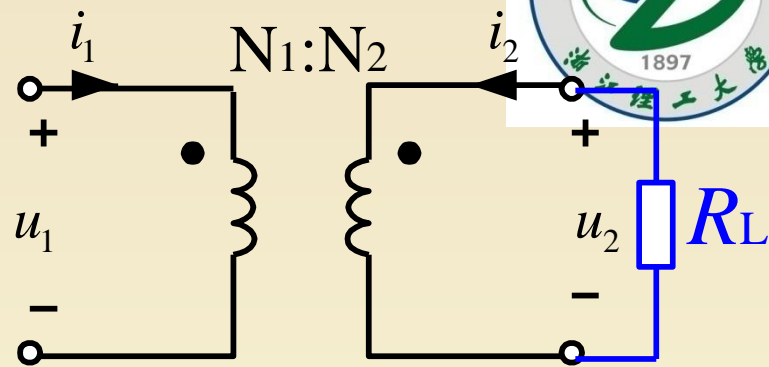
VCR 为

$$\begin{cases} u_1(t) = -nu_2(t) \\ i_1(t) = \frac{1}{n}i_2(t) \end{cases}$$

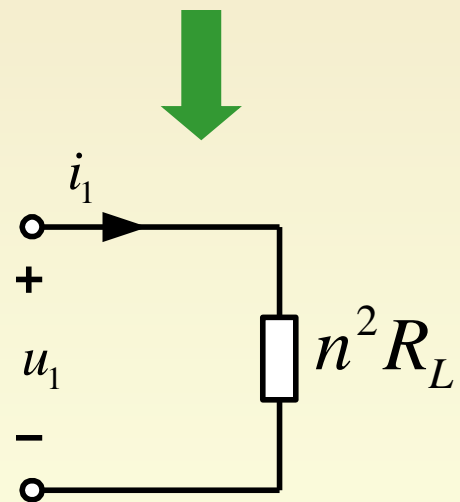
$$n = \frac{N_1}{N_2}$$

变阻特性:

强力推荐使用



$$R_{in} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_L = n^2 R_L$$



理想变压器的阻抗变换作用只改变阻抗的大小，且与同名端无关。

例 已知图 (a) 示正弦稳态电路中 \dot{U}_S
 $= 10\angle 0^\circ$ A, 变比 $n=2$, 求电流 \dot{I}_1
 和负载 R_L 消耗的平均功率 P_L 。

解 变压器初级等效输入电阻为

$$R_{in} = n^2 R_L = 2^2 \times 5 = 20\Omega \quad \text{如 (b) 图}$$

根据KVL方程, 有

$$(5 - j25 + R_{in})\dot{I}_1 = \dot{U}_S$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{5 + R_{in} - j25} = \frac{50}{25 - j25} = \sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ A}$$

R_L 消耗的平均功率就是 R_{in} 消耗的功率, 即

$$P_L = I_1^2 R_{in} = 2 \times 20 = 40 \text{ W}$$

