



高等数学 A1

浙江理工大学期末试题汇编

(试卷册 下)

学校: _____

专业: _____

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

(此为 2021 年 第二版)

目录

11 浙江理工大学 2011-2012 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 A 卷.....	1
12 浙江理工大学 2010-2011 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 A 卷.....	4
13 浙江理工大学 2008-2009 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 A 卷.....	7
14 浙江理工大学 2006-2007 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 A 卷.....	11
15 浙江理工大学 2006-2007 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 B 卷.....	15
16 浙江理工大学 2003-2004 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 C 卷.....	19
17 浙江理工大学《高等数学 A1》期末模拟 A 卷.....	23
18 浙江理工大学《高等数学 A1》期末模拟 B 卷.....	26

说明：1 高数系列试卷见本书最后一页。如有其他需要，请加入 QQ 群获取其他资料；

2 《高等数学 A1》中的期末 A 卷是学期末尾进行的统一考试试卷，B 卷是开学后一两周内进行的补考试卷，C 卷是重修班的试卷。

写在前面

青春透明如醇酒，可饮，可尽，可别离。我独钟爱席慕蓉女士的诗句，在她的笔下，青春有着泛黄的扉页，是一本太仓促的书，青春是踏月的旅行，是月光下的华裳，青春是热泪汇成的河流，是戴着祝福的离别。诗里的青春是细腻优美的，然而，此刻当你翻开这本试卷册，你的青春便和这几套高数试卷结下不解之缘。

我始终相信，能来到大学读书的你们，也曾有过宏图大志，渴望在崭新的大学阶段好好学习，不负韶华，让成绩名列前茅，甚至拿到奖学金。但是实际又有多少人平时课上开小差刷手机，作业不认真完成，最后逼近期末，才发现复习竟变成了预习。

你可曾发现过吗？大概率上，我们曾经只“想”做到的事情，直到今天也没做到。当你看到你的同学纤细的手指盈跃在钢琴琴键上时，当你看到你的情敌歌声飘扬，怀抱里的吉他散发出无限魅力的时候，当你看到专业的学霸们闪着自信的光芒登上领奖台的时候，你的内心是否有过诸多羡慕呢？如果有，那你为自己的这份羡慕付出过足够的努力吗？可叹的是，更多的人在短暂的奋发后又流于过往颓丧的生活。

众所周知，行动起来，是打破焦虑与幻想最理想的武器。在期末备考高数的时候，我亲身经历了从知识点从陌生到熟悉的过程，遇到不懂的题，我会去查阅课本，去找相关视频，去问同学。就这样，做完了、摸熟了这套题之后，对于百分之九十的题型我都了然于心了，最后也拿到了九十多的分数。

我们常常说，坚持下去，就是无论遇到多大的困难都不要放弃。所以，在学习的过程中，请一定不要停留在想的层面，去做题，去思考，去讨论。而在做这些事情的时候，我们的内心一定充盈着无比的充实感和幸福感。

十年以后，你想成为什么样的人？

大学阶段是人生的起点，我们第一次可以自主决定自己的人生，我们现在所做的每一个选择，所做出的每一次努力，都一点一滴地构造成了我们未来的模样。

诸君，愿以梦为马，不负韶华！

与君共勉，我们山顶见！

（有删改）

资料说明

试卷整理人：张创琦

版次：2021 年 12 月 19 日 第二版 第 2 次发行

微信公众号：创琦杂谈

本人 QQ 号：1020238657（如果答案或试卷有问题的地方，请联系我，感谢您的支持）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）：749060380

创琦杂谈大学数学学习交流群（QQ 群）：967276102

微信公众号：用于提前告知资料更新内容，分享一些学习内容和一些优秀的文章，我也会写一些文章，主要是以大学生视角进行一些事情的审视批判。

创琦杂谈学习交流群：更新每个科目（不仅限于数学）的学习资料，群里可进行学习等相关问题的探讨。

创琦杂谈大学数学学习交流群：群里可以进行高等数学、线性代数、概率论与数理统计、离散数学、复变函数、数学建模等等数学科目的问题的交流，大一大二等在修同学和考研同学都可以在里面学到很多知识，群里数学考试用相关资料和数学课外补充资料都很多，大家可自行下载阅览。群相册用于更新一些小的知识点，并进行一些勘误。群里讨论问题的氛围也非常浓厚，欢迎大家加群学习。

如果有任何问题可以联系我的 QQ 哈，我的性格很开朗，喜欢结交更多的朋友，欢迎大家加我的联系方式哈~

版权声明：试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“创琦杂谈大学数学学习交流群”，转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

在这里感谢我的高数老师以及其他老师们对我的鼎力帮助！（高数老师不让我写上她的名字，那我就在这里默默感谢她吧）

浙理羊同学 YOUNG

大家好，这里是浙理羊同学 YOUNG，一个致力于打造成为浙理校内最全最大的信息发布平台。如果你有爆料吐槽、闲置交易、失物招领、表白脱单、树洞聊天、互推捞人等需求，就来找羊羊聊天吧~（下面是浙理羊同学 YOUNG 的微信号，有需求可以加哈）



11 浙江理工大学 2011-2012 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 A 卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 以下说法正确的是 ()

(A) 开区间上连续函数取不到最大值与最小值;

(B) 若 $f(x)$ 在某点无定义, 则该点极限必不存在; $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

(C) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 必不存在;

(D) 数列单调且有界是数列极限存在的充分非必要条件;

2. 直线 $4x - y - 6 = 0$ 与曲线 $y = x^4 - 3$ 相切, 则切点的坐标是 ()。

(A) $(1, -2)$; (B) $(-2, -1)$; (C) $(-1, -2)$; (D) $(-2, 1)$;

3. 设 $f'(\cos^2 x) = \sin^2 x$, 且 $f(0) = 0$, 则 $f(x)$ 为 ()。

(A) $\cos x + \frac{1}{2} \cos^2 x$; (B) $\cos^2 x - \frac{1}{2} \cos^4 x$; (C) $x + \frac{1}{2} x^2$; (D) $x - \frac{1}{2} x^2$;

4. 已知 $F'(x) = f(x)$, 则 $\int_a^x f(t+a)dt = ()$

(A) $F(x) - F(a)$; (B) $F(x+a) - F(2a)$; (C) $F(t) - F(a)$; (D) $F(t+a) - F(a)$;

5. 在下列反常积分中收敛的是 ()。

(A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ (B) $\int_1^{+\infty} \sqrt{x} dx$ (C) $\int_1^{+\infty} x^{-\left(\frac{4}{3}\right)} dx$ (D) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$

6. 微分方程 $y'' - y = e^x + 1$ 的一个特解应有形式 ()

(A) $ae^x + b$ (B) $axe^x + bx$ (C) $ae^x + bx$ (D) $axe^x + b$

二 填空题 (每题 4 分, 共 24 分, 请将正确的答案填在空格内)

1 已知 $f'(3) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1}$, 则 $f(x)$ 的间断点为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 则由微分中值定理得至少存在一点

$\xi \in (a, b)$, 使 $e^{f(b)} - e^{f(a)} =$ _____。

4 若 $\int f(x)dx = \arccos 2x + C$, 则 $f(x) =$ _____。

5 $\int_{-1}^1 \left(x + \sqrt{1-x^2}\right)^2 dx =$ _____。

6. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的通解为_____。

三 计算题 (每题 6 分, 共 30 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \cos(t^2) dt}{1 - \cos x}$ 。

2. 已知 $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$, 求 dy 。

3. 计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ 。

4. 计算 $\int \frac{2^x 3^x}{9^x - 4^x} dx$ 。

5. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arctan x - \ln \frac{1+x}{1-x}}{x^p} = c \neq 0$, 求 p, c 。

四 已知星形线 $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases} (a > 0)$, 求:

(1) 它所围成的面积; (2) 它的弧长; (3) 它绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积。(8 分)

五. 求方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^{\frac{5}{2}}$ 的通解。(8 分)

六. 证明题 (6 分)

(1) 证明当 $x > 0$ 时, $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$ 。

(2) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, 试证: 对任意给定的正数 a, b 在 $(0,1)$ 内存在不同的 ξ, η , 使 $\frac{a}{f'(\xi)} + \frac{b}{f'(\eta)} = a + b$ 。

12 浙江理工大学 2010-2011 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 A 卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1、当 $x \rightarrow 0$ 时, 若无穷小量 $ax^2 + bx$ 与 $\sin x$ 等价, 则 a, b 的值一定为 ()

(A) $a=0, b=1$ (B) $a=0, b$ 为任意数 (C) $b=1, a$ 为任意数 (D) a, b 为任意数

2、设函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 的某领域内连续, 且 $f(0)=0$, 又 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1-\cos x} = 2$, 则在点 $x=0$

处 $f(x)$ ()

(A) 不可导 (B) 可导, 且 $f'(0) \neq 0$ (C) 取得极小值 (D) 取得极大值

3、设 $f'(\ln x) = 1+x$, 则 $f(x) =$ ()

(A) $x + e^x + C$ (B) $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ (C) $\ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2 + C$ (D) $e^x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$

4、下列各式中正确的是 ()

(A) $\int df(x) = f(x)$ (B) $\int f'(x)dx = f(x)$
(C) $d\left[\int f(x)dx\right] = f(x)$ (D) $\frac{d}{dx}\left[\int f(x)dx\right] = f(x)$

5、对反常积分 $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^p}$, 下列结论正确的是 ()

(A) $p=1$ 时该反常积分收敛 (B) $p \geq 1$ 时该反常积分发散
(C) $p > 1$ 时该反常积分收敛 (D) $p < 1$ 时该反常积分收敛

6、设曲线 L 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \int_0^t \sqrt{1+u^2} du, \\ y = \int_t^1 \sqrt{1-u^2} du, \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 1),$$
 则 L 的长度为 ()

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt{3}$

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

1、已知 $\int f(x)dx = \arcsin 2x + C$, 则 $f(x) =$ _____

2、设函数 $y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ 确定, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=\frac{\pi}{3}} =$ _____

3、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \left[\cos^2 \frac{\pi}{n} + \cos^2 \frac{2\pi}{n} + \cdots + \cos^2 \frac{(n-1)\pi}{n} \right] = \underline{\hspace{2cm}}$

4、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{2x^4 \sin x}{1+x^2} + \cos x \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

5、函数 $f(x) = x - \ln(1+x)$ 在区间 $\underline{\hspace{2cm}}$ 上单调减少

6、若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1) dt}{x^3}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，函数 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续

三、解答题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \cos(t^2) dt}{1 - \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}$

2、 $y(x)$ 由方程 $\sin(xy) - e^{x+y} = 5$ 确定，求 y'

3、 $\int x \sec^2 x dx$

4、 $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx$

5、求微分方程 $(y+x)dy + (x-y)dx = 0$ 的通解

四、(8 分) 抛物线 $y = x^2 - ax$ ($0 < a < 3$) 与直线 $y = 0, x = 3$ 所围成图形被 x 轴分成两部分,

记 x 轴下方部分为 S_1 , x 轴上方部分为 S_2 , 则

(1) 求使 S_1 与 S_2 面积相等的 a 值

(2) 对此 a 值, 求使 S_1 与 S_2 绕 y 轴旋转一周而成的体积之比

五、(6 分) 设函数 $y = y(x)$ 满足 $y'' - 3y' + 2y = 2e^x$, 且其图形与抛物线 $y = x^2 - x + 1$ 在点 $(0,1)$ 处有公切线, 求 $y(x)$

六、证明题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1、设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续且单调增加, 又知 $a \in [0,1]$, 证明 $\int_0^a f(t) dt \leq a \int_0^1 f(t) dt$

2、设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且满足 $3 \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x) dx = f(0)$, 证明, 至少存在一点 $\xi \in (0,1)$ 使 $f'(\xi) = 0$

13 浙江理工大学 2008-2009 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 A 卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 对函数 $y = x^3 - 3x + 10$ 在区间 $[-1, 2]$ 应用罗尔中值定理时, 满足 $f'(\xi) = 0$ 的 $\xi =$ ()
- (A) -1 (B) 2 (C) 1 (D) ± 1

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x}, & x > 0 \\ \ln(\cos \sqrt{|x|}), & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \end{cases}$, 则 ()

- (A) $f'(0) = 0$ (B) $f'(0) = 1$ (C) $f'(0) = \frac{1}{2}$ (D) $f'(0)$ 不存在

3. 设在 $[0, 1]$ 上, $f''(x) < 0$, 则 $f'(0)$, $f'(1)$, $f(1) - f(0)$ 或 $f(0) - f(1)$ 几个数的大小顺序为 ()

- (A) $f'(0) > f'(1) > f(1) - f(0)$ (B) $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$
- (C) $f(1) - f(0) > f'(0) > f'(1)$ (D) $f'(0) > f(1) - f(0) > f'(1)$

4. 设 $f(x)$ 在点 $[a, b]$ 连续是 $f(x)$ 在点 $[a, b]$ 可积的 ()

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件 (C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件

5. $f(x) = \ln(2 - 3x)$ 的 10 阶导数是 ()

- (A) $\frac{-3^{10} \cdot 10!}{(2 - 3x)^{11}}$ (B) $\frac{3^{10} \cdot 10!}{(2 - 3x)^{11}}$ (C) $\frac{-3^{10} \cdot 9!}{(2 - 3x)^{10}}$ (D) $\frac{3^{10} \cdot 9!}{(2 - 3x)^{10}}$

6. 在下列广义积分中收敛的是 ()

- (A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ (B) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ (C) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$ (D) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

二 填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

1. 设 $\vec{a} = \{-1, 4, 1\}$, $\vec{b} = \{-4, 1, 1\}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 _____

2. 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1}$, 则 $f(x)$ 的间断点为 _____

3. 已知 $e^{x+y} = xy + 5$, 则 $y' =$ _____

4. 等边双曲线 $xy = 1$ 在点 $(1, 1)$ 处的曲率为 _____

5. 设曲线 L 的参数方程为 $f(x) = \begin{cases} x = \int_0^t \sqrt{1+u^2} du, \\ y = \int_t^1 \sqrt{1-u^2} du, \end{cases} (0 \leq t \leq 1)$, 则 L 的长度为_____

6. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin^2 x} dx =$ _____

三 计算题 (本题共 5 小题, 每小题 6 分, 满分 30 分, 应写出演算过程及相应文字说明)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} te^t \sin t dt}{x^6}$

2. $\begin{cases} x = \ln \cos t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

3. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

4. $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx$

5. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+1} + \cdots + \frac{1}{n+(n-1)} + \frac{1}{n+n} \right)$

四 在曲线 $y = x^2$ ($0 \leq x \leq 1$) 上取点 (t, t^2) ($0 < t < 1$)，设 S_1 是由曲线 $y = x^2$ ，直线 $y = t^2$ 和 $x = 0$ 所围的面积； S_2 是由曲线 $y = x^2$ ，直线 $y = t^2$ 和 $x = 1$ 所围的面积，求 t 为何值时 $S_1 + S_2$ 取最小值。（本题 7 分）

五 一半径为 R 米的半球形水池，盛满水。水的密度为 10^3 千克/米³，重力加速度为 9.8 牛顿/千克，现将满池水全部抽出需要做多少功？（计算结果中保留 π ，功的单位取为焦耳）（本题 7 分）

六 证明题（本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分）

1、证明 $\int_0^{\pi} \sin^n x dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ 。（本题 4 分）

2、设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 且单调不增, 证明对任何 $\lambda \in [0,1]$, 有 $\int_0^{\lambda} f(x) dx \geq \lambda \int_0^1 f(x) dx$ 。
（本题 4 分）

14 浙江理工大学 2006-2007 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 A 卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 以下说法正确的是 ()

(A) 开区间上连续函数取不到最大值与最小值

(B) 若 $f(x)$ 在某点无定义, 则该点极限必不存在

(C) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 必不存在

(D) 数列单调且有界是数列极限存在的充分非必要条件

2. 设 $f(x)$ 在任意 x 满足 $f(1+x) = af(x)$, 且有 $f'(0) = b$, a, b 为非零常数, 则 ()

(A) $f'(1)$ 不存在

(B) $f'(1)$ 存在且 $f'(1) = a$

(C) $f'(1)$ 存在, 且 $f'(1) = b$

(D) $f'(1)$ 存在, 且 $f'(1) = ab$

3. 设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0, f'''(x_0) > 0$, 则下列正确的是 ()

(A) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值

(B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

(C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

(D) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

4. 如果 $\int df(x) = \int dg(x)$, 则下列各式中不一定成立的是 ()

(A) $f(x) = g(x)$

(B) $f'(x) = g'(x)$

(C) $d[f(x)] = d[g(x)]$

(D) $d \int f'(x) dx = d \int g'(x) dx$

5. 设 $f(x)$ 是连续函数, $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 ()

A 当 $f(x)$ 是奇函数时, $F(x)$ 必为偶函数

B 当 $f(x)$ 是偶函数时, $F(x)$ 必为奇函数

C 当 $f(x)$ 是周期函数时, $F(x)$ 必为周期函数

D 当 $f(x)$ 是单调递增函数时, $F(x)$ 必为单调递增函数

6. 在下列广义积分中收敛的是 ()

(A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

(B) $\int_1^{+\infty} \sqrt{x} dx$

(C) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{4}{3}} dx$

(D) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

二 填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

1. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{\sin x} (e^{x^2} - 1) dx}{x^3}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ _____

2. 已知 $\frac{d}{dx} \left[f\left(\frac{1}{x^2}\right) \right] = \frac{1}{x}$, 则 $f'\left(\frac{1}{2}\right) =$ _____

3. 若 $\int f(x) dx = x^2 + c$, 则 $\int xf(1-x^2) dx =$ _____

4. $\int_0^\pi x \sin^4 x dx =$ _____

5. 设 $f(x)$, $g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x) > g(x) > 0$, 则由 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ 所围图形绕 x 轴旋转一周而成的体积可表为定积分 _____

6. 设 $\vec{a} = \{3, 1, 2\}$, $\vec{b} = \{2, 3, -1\}$, 又 $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b}$, 则 $(\vec{c}, \vec{d}) =$ _____

三 计算题 (本题共 5 小题, 每小题 6 分, 满分 30 分, 应写出演算过程及相应文字说明)

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right]$

2. $\begin{cases} x = \cos(t^2) \\ y = t \cos(t^2) - \int_1^{t^2} \frac{1}{2\sqrt{u}} \cos u du \end{cases}, t > 0, \text{ 求 } \frac{d^2 y}{dx^2}$

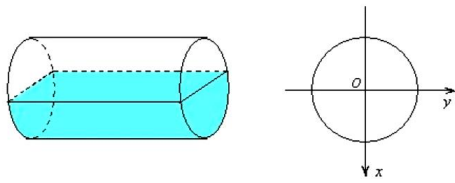
3. $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$

5. 设 $f(x)$ 连续, 且 $f(x) = x + 2 \int_0^1 f(x) dx$, 求 $f(x)$

四 设 函数 $f(x)$ 连续, $\varphi(x) = \int_0^1 f(xt) dt$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$ (A 为常数), 求 $\varphi'(x)$ 并讨论 $\varphi'(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性。(本题 8 分)

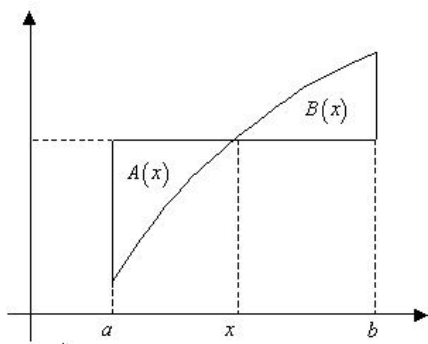
五 一个横放着的圆柱形水桶，桶内盛有半桶水．设桶的底面半径为 R ，水的密度为 ρ ，计算桶的一个端面上所受的压力。（本题 8 分）



（如图建立坐标系）

六 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导，且 $f'(x) > 0$ ， $f(a) > 0$ ，试证：对于如图所示的两个面积函

数 $A(x)$ 和 $B(x)$ ，存在唯一的 $\xi \in (a, b)$ ，使得 $\frac{A(\xi)}{B(\xi)} = 2007$ 。（本题 6 分）



15 浙江理工大学 2006-2007 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 B 卷

一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 设当 $x \rightarrow x_0$ 时, $\alpha(x), \beta(x)$ 都是无穷小 ($\beta(x) \neq 0$), 则当 $x \rightarrow x_0$ 时, 下列表达式中不一定为无穷小的是 ()

(A) $\frac{\alpha^2(x)}{\beta(x)}$ (B) $\alpha^2(x) + \beta^3(x) \sin \frac{1}{x}$ (C) $\ln(1 + \alpha(x)\beta(x))$ (D) $|\alpha(x)| + |\beta(x)|$

2. 设 $f(0) = 0$, 则 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 可导的充要条件为 ()

(A) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} f(1 - \cosh h)$ 存在 (B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} f(1 - e^h)$ 存在
(C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} f(h - \sinh h)$ 存在 (D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [f(2h) - f(h)]$ 存在

3. 函数 $y = \ln(x+1)$ 在区间 $[0,1]$ 上满足拉格朗日中值定理的 ξ 为 ()

(A) $\ln 2$ (B) $\frac{1}{\ln 2}$ (C) $\frac{1}{\ln 2} - 1$ (D) $\frac{1}{2}$

4. 设 $\int f(x)dx = F(x) + C$, 且 $x = at + b$, 则 $\int f(t)dt =$ ()

(A) $F(x) + C$ (B) $\frac{1}{a} F(at + b) + C$
(C) $F(t) + C$ (D) $F(at + b) + C$

5. 设在区间 $[a,b]$ 上, $f(x) > 0$, $f'(x) < 0$, $f''(x) > 0$, 令 $S_1 = \int_a^b f(x)dx$,

$S_2 = f(b)(b-a)$, $S_3 = \frac{1}{2}[f(a) + f(b)](b-a)$, 则 ()

(A) $S_1 < S_2 < S_3$ (B) $S_2 < S_1 < S_3$ (C) $S_3 < S_1 < S_2$ (D) $S_2 < S_3 < S_1$

6. 设 $\vec{a} = \{3, 1, 2\}$, $\vec{b} = \{2, 3, -1\}$, 又 $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b}$, 则 $(\vec{c}, \vec{d}) =$ ()

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$

二 填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

1. 已知 $f(x) = e^{x^2}$, $f[\phi(x)] = 1 - x$, 且 $\phi(x) \geq 0$, 则 $\phi(x)$ 的定义域为_____

2. 设 $y = x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$, 则 $f'(0) =$ _____

3. 设函数 $y = \int_0^{x^2} (t-1)e^{t^2} dt$, 其极大值点是_____

4. 设 $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = e^x + C$, 则 $f(x) =$ _____

5. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \arctan x^3 \cdot (\sin^2 2x + \sqrt{1+x^2}) dx =$ _____

6. 曲线 $y = x(x-1)(2-x)$ 与 x 轴所围图形面积可表为定积分 _____

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t \ln(1+t) dt - x^3}{e^{x^2} (x - \sin x)}$

2. $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = t + e^{ty} \end{cases}$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$

3. $\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}$

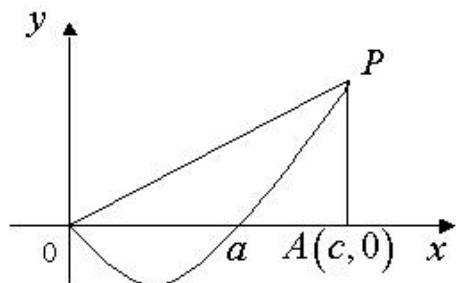
4. $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x \cos x}{1 + \sqrt{1-x^2}} dx$

5. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-a}{x+a} \right)^x = \int_a^{+\infty} 2xe^{-2x} dx$, 求 a 的值

四 设函数 $f(x)$ 连续, $\varphi(x) = \int_0^1 f(xt)dt$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$ (A 为常数), 求 $\varphi'(x)$ 并讨论

$\varphi'(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性。(本题 8 分)

五 曲线 $y = x(x-a)$ 在 $[0, c]$ ($0 < a < c$) 上的一段弧 OP 与直线 PA 及 x 轴围成的图形 (如图所示) 绕 x 轴旋转。问 c 取何值时, 旋转体的体积等于 $\triangle OPA$ 绕 x 轴旋转所成的旋转体的体积。(本题 8 分)



六 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0, 0 < f'(x) \leq 1$, 证明:

$$\left(\int_0^1 f(x) dx \right)^2 \geq \int_0^1 f^3(x) dx \quad (\text{本题 6 分})$$

16 浙江理工大学 2003-2004 学年第 1 学期《高等数学 A1》期末 C 卷

一. 选择 (5×4 分)

1. 函数 $f(x) = x \sin x$ ()

A. 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界

B. 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界

C. 当 $x \rightarrow \infty$ 时为无穷大

D. 当 $x \rightarrow \infty$ 时有有限的极限值

2. 设 $f(x), \varphi(x)$ 在点 $x=0$ 的某邻域内连续, 且当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $\varphi(x)$ 的高阶

无穷小, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $\int_0^x f(t) \sin t dt$ 是 $\int_0^x t \varphi(t) dt$ 的 ()

A. 低阶无穷小

B. 高阶无穷小

B. C. 同阶非等阶无穷小

D. 等阶无穷小

3. 设 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 则使不等式 $\frac{\ln a}{a} > \frac{\ln b}{b} (a > 0, b > 0)$ 成立的充分条件是 ()

A. $a < b$

B. $e < a < b$

C. $b < a$

D. $e < b < a$

4. 下列等式中正确的是 ()

A. $d\left[\int f(x) dx\right] = f(x)$

B. $\frac{d}{dx}\left[\int f(x) dx\right] = f(x) dx$

C. $\int df(x) = f(x)$

D. $\int df(x) = f(x) + c$

5. 设函数 $y = \int_0^{x^2} (t-1)e^{t^2} dt$, 其极大值点是 ()

A. $x=1$

B. $x=-1$

C. $x=\pm 1$

D. $x=0$

二. 填空 (5×4 分)

1. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2a}{x-a}\right)^x = 8$, 则 $a =$ _____

2. 设 $y = x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$, 则 $f'(0) =$ _____

3. 若 $\int f(x) dx = x^2 + c$, 则 $\int xf'(1-x^2) dx =$ _____

4. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \arctan x^3 \cdot (\sin^2 2x + \sqrt{1+x^2}) dx =$ _____

5. 设 $\vec{a} = \{3, 1, 2\}, \vec{b} = \{2, 3, -1\}$, 又 $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b}$, 则 $(\vec{c}, \vec{d}) =$ _____

三. 计算 (5×6 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right]$

2. 设 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = \arctan t \\ 2y - tg^2 t + e^t = 5 \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$

3. 计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$

4. 求 $\int \frac{x e^{\arctan x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$

5. 求 k ，是曲线 $y = k(x^2 - 3)^2$ 上拐点处的法线通过原点

四. 已知 $f(2) = \frac{1}{2}$, $f'(2) = 0$ 及 $\int_0^2 f(x) dx = 1$, 求 $\int_0^1 x^2 f''(2x) dx$ (8 分)

五. 设直线 $y = ax$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成图形的面积为 S_1 , 它们与直线 $x = 1$ 所围成的图形面积为 S_2 , 并且 $a < 1$,

(1) 试确定 a 的值, 使 $S_1 + S_2$ 达到最小, 并求出最小值

(2) 求该最小值所对应的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

六. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - e^{-x}}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 其中 $g(x)$ 有三阶导数, 且 $g(0) = 1, g'(0) = -1$,

求 $f'(x)$, 并讨论 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性。 (8 分)

七. 证明 $\int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a [f(x) + f(-x)] dx$, 并利用结论求 $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + \sin x}$ (4 分)

17 浙江理工大学《高等数学 A1》期末模拟 A 卷

一 选择题。

1. 以下说法正确的是 ()

(A) 开区间上连续函数取不到最大值与最小值

(B) 若 $f(x)$ 在某点无定义, 则该点极限必不存在

(C) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 必不存在

(D) 数列单调且有界是数列极限存在的充分非必要条件

2. 设 $f(x), \varphi(x)$ 在点 $x=0$ 的某邻域内连续, 且当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $\varphi(x)$ 的高阶无穷小,

则当 $x \rightarrow 0$ 时, $\int_0^x f(t) \sin t dt$ 是 $\int_0^x t \varphi(t) dt$ 的 ()

C. 低阶无穷小 B. 高阶无穷小 C. 同阶非等阶无穷小 D. 等阶无穷小

3. 设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0, f'''(x_0) > 0$, 则下列正确的是 ()

(A) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值

(B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

(C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

(D) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

4. 下列等式中正确的是 ()

A. $d\left[\int f(x) dx\right] = f(x)$ B. $\frac{d}{dx}\left[\int f(x) dx\right] = f(x)$

C. $\int df(x) = f(x)$ D. $\int df(x) = f(x) + c$

5. 在下列广义积分中收敛的是 ()

(A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

(B) $\int_1^{+\infty} \sqrt{x} dx$

(C) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{4}{3}} dx$

(D) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

6 函数 $f(x) = x \sin x$ ()

A. 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界

B. 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界

C. 当 $x \rightarrow \infty$ 时为无穷大

D. 当 $x \rightarrow \infty$ 时有有限的极限值

7 设 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 则使不等式 $\frac{\ln a}{a} > \frac{\ln b}{b} (a > 0, b > 0)$ 成立的充分条件是 ()

A. $a < b$

B. $e < a < b$

C. $b < a$

D. $e < b < a$

8 设函数 $y = \int_0^{x^2} (t-1)e^{t^2} dt$, 其极大值点是 ()

A. $x = 1$

B. $x = -1$

C. $x = \pm 1$

D. $x = 0$

二 计算题。

1 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right]$

2. $\begin{cases} x = \cos(t^2) \\ y = t \cos(t^2) - \int_1^{t^2} \frac{1}{2\sqrt{u}} \cos u du \end{cases}, t > 0, \text{ 求 } \frac{d^2 y}{dx^2}$

3 计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$

4 求 $\int \frac{x e^{\arctan x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$

5 设 $f(x)$ 连续, 且 $f(x) = x + 2 \int_0^1 f(x) dx$, 求 $f(x)$

6 设函数 $f(x)$ 连续, $\varphi(x) = \int_0^1 f(xt) dt$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$ (A 为常数), 求 $\varphi'(x)$ 并讨论 $\varphi'(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性。

7 一个横放着的圆柱形水桶, 桶内盛有半桶水. 设桶的底面半径为 R , 水的密度为 ρ , 计算桶的一个端面上所受的压力。

8 设直线 $y = ax$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成图形的面积为 S_1 , 它们与直线 $x = 1$ 所围成的图形面积为 S_2 , 并且 $a < 1$,

(1) 试确定 a 的值, 使 $S_1 + S_2$ 达到最小, 并求出最小值

(2) 求该最小值所对应的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

18 浙江理工大学《高等数学 A1》期末模拟 B 卷

一 选择题（每小题 4 分）

1 设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$ ，则当 $x \rightarrow 0$ 时，有（ ）

A $f(x)$ 与 x 是等价无穷小. B $f(x)$ 与 x 同阶但非等价无穷小.

C $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小. D $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小.

2 函数 $y = 2x^2 - \ln x$ 的单调减少区间是（ ）

A $(-\infty, 0)$ B $(\frac{1}{2}, +\infty)$ C 不存在 D $(0, \frac{1}{2})$

3 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某一领域内有定义，且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2h) - f(x_0)}{h} = 1$ ，

则 $f'(x_0) =$ （ ）

A 2 B $-\frac{1}{2}$ C -1 D $\frac{1}{2}$

4 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^2}{x+1} - ax - b) = 0$ ，则（ ）

A $a = 1, b = 1$ B $a = -1, b = 1$

C $a = 1, b = -1$ D $a = -1, b = -1$

5 设在 $[0, 1]$ 上 $f''(x) > 0$ ，则 $f'(0), f'(1), f(1) - f(0)$ 或 $f(0) - f(1)$ 几个数的大小顺序为（ ）

A $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$ B $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$

C $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$ D $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$

二 填空题（每小题 4 分）

1 设函数 $f(x) = (1 + x^2) \arctan x$ ，则 $dy(0) =$ _____.

2 设常数 $k > 0$ ，函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ 在 $(0, +\infty)$ 内零点的个数为_____.

3 $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x}} =$ _____.

4 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin x dx =$ _____.

5 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 都是单位向量，且满足 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ ，则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a} =$ _____.

三 计算下列各题（每题 6 分）

1 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$,

2 若 y 是由方程 $x + 2y - \cos y = 0$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$;

3 求 $\int x \arctan x dx$;

4 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{x-a} \int_a^x f(t) dt$, 其中 $f(x)$ 连续;

5 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cos 2x dx$;

四 证明: $\int_0^{\pi} \sin^n x dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ (8 分)

五 设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x) > 0$, $F(x) = \int_a^x f(t) dt + \int_b^x \frac{dt}{f(t)}$, $x \in [a, b]$

六 证明: (1) $F'(x) \geq 2$; (5 分)

(2) 方程 $F(x) = 0$ 在区间 (a, b) 内有且仅有一个根; (7 分)

七 有一等腰梯形闸门, 它的两条底边各长 10cm 和 6cm, 高为 20cm 较长的底边与水面相齐。计算闸门的一侧所受的水压力。(10 分)

高等数学试题资料目录

- 1 高等数学 A1 期中试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 2 高等数学 A1 期中试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 3 高等数学 A1 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 4 高等数学 A1 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 5 高等数学 A1 期末试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 6 高等数学 A1 期末试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 7 高等数学 A1 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）**
- 8 高等数学 A1 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 9 高等数学 A2 期中试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 10 高等数学 A2 期中试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 11 高等数学 A2 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 12 高等数学 A2 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 13 高等数学 A2 期末试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 14 高等数学 A2 期末试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 15 高等数学 A2 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 16 高等数学 A2 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 17 高等数学 A1 期中试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 18 高等数学 A1 期中试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 19 高等数学 A1 期末试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 20 高等数学 A1 期末试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 21 高等数学 A2 期中试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 22 高等数学 A2 期中试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 23 高等数学 A2 期末试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 24 高等数学 A2 期末试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）