



高等数学 A1

浙江理工大学期中试题汇编

(试卷册 下)

学校: _____

专业: _____

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

(此试卷为 2021 年第二版)

目录

11 浙江理工大学 2006-2007 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试卷	1
12 浙江理工大学 2005-2006 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中 A 卷	5
13 浙江理工大学 2005-2006 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中 B 卷	9
14 浙江理工大学 2004-2005 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试卷	13
15 浙江理工大学 2003-2004 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试卷	17

写在前面

当打开这套试题册时，你估计已经接近期中考试了。一本厚厚的试题册，满满的公式，瞬间让你有回到了高中的感觉。对于高中的我们来说，这十几套试题根本不算什么，但在大学，能把这十几套试卷认真做完真的不是一件很容易的事情。但我希望大家都能坚持下来，说近点的，高数还有5个学分呢！对吧？

能真正把这几套试卷认真做完并学习透彻，确实很难。但当我们攻克一道道难题，刷完一套套试卷时，那种欣喜之感油然而生。以前有人说过，世界上有棵树很高很高，那棵树就是“高数”，很多人爬上去就下不来了。段子归段子，玩笑归玩笑，乐呵乐呵就过去了。调侃之余进行认真学习是很必要的，至少能证明我高数在大学是合格的。当然了，人各有志，每个人追求不同，追求多少分无所谓，在乎的是那种心态，无所畏惧，当我们看到那一堆堆积分符号时，看到那一个个微分符号时，我告诉自己，拿出纸笔，我要做出来这道题目，这种态度是令我最羡慕的，也是我认为最纯粹的。

很多人都会坚持不下来，这是一大困难，我们要试着克服。进入大学后，我们的生活更加丰富多彩，课外时间也更加充实了。可很多人对学习的态度变弱了。每次当我反思自己这一天有多少时间是在认真投入学习时，结果令我吃惊并且失望，学习时长竟然能用手指头数地过来，当我去想时间都去哪儿了的时候，我又感到一丝空虚。我现在在写序言，想到了2021届的学子们也快开学了，心里还是有很大感慨的。此时此刻，我的脑海里浮现的是我曾经追过的五点半的那缕阳光，为了背单词、背文科题目背到口干舌燥却浑然不知；中午饭过后总想着要在班里多学习一会儿，结果每次回宿舍午休都得迟到；刷数学、理综题目时刷到忘了时间，忘了身边的一切；和小伙伴们争论一道题争到面红耳赤……当我高考完过后再去看看自己做过的题目时，发现那一张张卷子有过我青春的回忆。时间，带走的是少年的张扬与不羁，带不走的是少年们为了自己的理想而不顾一切地追求自己所热爱的一切的坚韧、不屈、执着与勇气。我和别人唠嗑时总是会说我高三那时候怎么怎么放松，怎么怎么不努力，我觉得我发扬了中国了一大精神：谦虚的精神。但真正的生活，没有走过怎又能知道呢？当高考结束铃声响起，当录取志愿书递送到你的手边，当拖着行李箱迈进校园，少年成熟了，敢于追求的梦也越来越清晰了，热爱学习，热爱生活，本就是一个18岁的花季少年身上最发光发亮的地方。

关于写高数试卷，我在这里给大家提几点建议哈。

1、重视课本。重视课本的知识点、习题、概念定理的应用辨析。课本是基础，是提升的地基。做完试卷后你会发现，期末考点万变不离其宗，也有多道试题来源于课本。课本的每道题目都存在都有其必然的道理，希望大家在期末考前不要扔掉课本；

2、学着去总结题型。总结题型是脱离题海游上岸的船舶，总结之后，你会发现考点也就只有那么些。总结时，大家要注意这个知识的应用背景、注意事项等等；

3、认真做题。这是我必须强调的，大学期末卷子没有高考难，想取得高分态度一定要端正，认真去学习每个类型的题目，去学习每个知识点。

于我而言，经历的人生最折磨的事情莫过于去把一行一行公式录入到word文档中（有几套试题和答案是我一个字一个字、一个公式一个公式敲上去的），在这里希望大家可以认真做卷子，争取期末取得理想的成绩！

由于时间紧，录入时可能出现错误，也可能有其他大大小小的错误，恳请大家批评指正。

张创琦

2021年5月22日写，2021年8月9日改

资料说明

试卷整理人：张创琦

版次：2021 年 8 月 9 日 第二版

微信公众号：创琦杂谈

QQ 号：1020238657

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）：749060380

创琦杂谈大学数学学习交流群（QQ 群）：967276102

微信公众号用于**提前告知资料更新内容**，分享一些**学习内容和一些优秀的文章**，我也会写一些文章，主要是以**大学生视角进行一些事情的审视批判**。

QQ 学习群用于**学习资料的分享**，一般会第一时间进行资料的分享的。群里也可以进行**学习内容的讨论**，群里大佬云集哦（我不是大佬，呜呜呜），大家有什么不会的题目发到群里就好了哈！创琦杂谈大学数学学习交流群专门进行数学相关的资料分享与讨论，群里有厉害的**学长学姐和老师**的，资料也很齐全。这套试卷里不会的题目直接在群里问就好了哈~ 创琦杂谈学习交流群主要进行其它资料的分享以及知识的解答，不仅仅限于数学哈~ 建议大家都加一下，你会有很多收获的~ 可以**水群**哦~ 我们分享的资料只作为学习与交流使用，**不得进行售卖等行为，否则后果自负**。

如果有任何问题可以联系我的 QQ 哈，我的性格很开朗，喜欢结交更多的朋友，欢迎大家加我的联系方式哈~

版权声明：试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“创琦杂谈大学数学学习交流群”，转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等违法行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

在这里感谢我的高数老师以及其他老师们对我的鼎力帮助！（高数老师不让我写上她的名字，那我就在这里默默感谢她吧。

合作推广商联系方式：本人 QQ 号（1020238657），本人接受合理合法的合作。如有合作意愿，我在这里十分感谢您的信任和对本资料的宣传与推广，诚挚邀请您的合作。

-----推广机构-----

浙理羊同学 YOUNG

大家好，这里是浙理羊同学 YOUNG，一个致力于打造成为浙理校内最全最大的信息发布平台。如果你有爆料吐槽、闲置交易、失物招领、表白脱单、树洞聊天、互推捞人等需求，就来找羊羊聊天吧~ （下面是浙理羊同学 YOUNG 的微信号，有需求可以加哈）



二 填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 已知函数 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = 2$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (x-1)^{\tan x} =$ _____, $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (x-1)^{\tan x} =$ _____.

3. 设 $f(x) = \begin{cases} ax + b, & x > 1 \\ x^3, & x \leq 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处可导, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

4. 函数 $f(u)$ 可导, $y = f(x \sin x)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

5. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{\ln(1 + 2x^3)} =$ _____.

6. 设 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 1$, 则 $f'(0) =$ _____.

三 求极限（每小题 6 分）

1. 数列 $\{x_n\}$ 通项 $x_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n}}$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$

2. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right)$

四 求导数（每小题 7 分）

1. 设 $y = (1 + x^2)e^{\sin \sqrt{x}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

2. 设 $\begin{cases} x = t^2 + t + 1 \\ y = \sin t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$

3. 若隐含数 $y = y(x)$ 由方程 $\ln(x^2 + y^2) = \arctan \frac{y}{x}$ 确定, 求 $y'(1)$

五 （本题满分 8 分）

证明：方程 $x^n + x^{n-1} + \cdots + x^2 + x - 1 = 0$ 在 $(0,1)$ 上必有唯一的实根 $x_n (n > 2)$ ，并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$

六 （本题满分 6 分）

设 $f(x)$ 在 $[0, a]$ 上连续，在 $(0, a)$ 内可导，且 $f(a) = 0$ ，证明存在一点 $\xi \in (0, a)$ ，使 $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$

七、证明题（本题满分 5 分）

当 $x > 0$ 时， $(x^2 - 1)\ln x \geq (x - 1)^2$

12 浙江理工大学 2005-2006 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中 A 卷

一、选择题（每小题 5 分，满分 20 分）

1. 设函数 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$ ，则当 $x \rightarrow 0$ 时，（ ）.

- (A) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小 (B) $f(x)$ 与 x 是同阶非等价无穷小
(C) $f(x)$ 是 x 的高阶无穷小 (D) $f(x)$ 是 x 的低价无穷小

2. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$ ，在与 $x=1$ 处（ ）

- (A) 左右导数都存在 (B) 左导数存在，右导数不存在
(C) 左导数不存在，右导数存在 (D) 左右导数都不存在

3. 如果函数 $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \leq 0 \\ b(1-x^2), & x > 0 \end{cases}$ ，处处可导，那么（ ）.

- (A) $a=1, b=1$; (B) $a=-2, b=-1$; (C) $a=1, b=0$ (D) $a=0, b=1$

4. 两曲线 $y = x^2 + ax + b$ 与 $2y = -1 + xy^3$ 相切于点 $(1, -1)$ ，则 a, b 的值为（ ）.

- (A) 0, 2; (B) 1, 3; (C) -3, 1; (D) -1, -1

二、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{1+x}}{x^2 + x + 2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$ 与 $\cos x - 1$ 是等价无穷小，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{(\cos 2x - \cos 3x)}{x^2}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ ，在 $x=0$ 处连续，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设方程 $x = y^y$ 确定 y 是 x 的函数，则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设 $y = f\left(\frac{3x-2}{3x+2}\right)$ ，且 $f'(x) = \arcsin x^2$ 则 $dy(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、计算（每小题 6 分，满分 25 分）

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}.$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}-1}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right]^{\frac{1}{x}}$

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+f(x)\sin x}-1}{e^{3x}-1} = 2$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

四、求解（每小题 5 分，满分 20 分）

1. 已知 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

2. 已知 $y = 3^x + x^3 + 3^3 + x^x$, 求 $\frac{dy}{dx}$

3. 求由方程函数 $y = 1 + xe^y$ 所确定的隐函数 $y = f(x)$ 的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

4. 求曲线 $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ 上对应 $t = \frac{\pi}{6}$ 点处的法线方程.

五、证明

1. (9 分) 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 内具有二阶导数, 且 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$, 其中 $a < x_1 < x_2 < x_3 < b$, 证明, 在 (x_1, x_3) 内至少存在一点 ξ , 使得 $f''(\xi) = 0$

2. (6 分) 设 $0 < a < b$, 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 试用柯西中值定理证明, 存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(b) - f(a) = \xi f'(\xi) \ln \frac{b}{a}$

13 浙江理工大学 2005-2006 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中 B 卷

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设 $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$ ，其中 a, b, c, d 互不相等，且

$f'(k) = (k-a)(k-b)(k-c)$ ，则 k 的值等于（ ）.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

2. 下面四个论述中正确的是（ ）

(A) 若 $x_n \geq 0$ ($n=1,2,\cdots$)，且 $\{x_n\}$ 单调递减，设 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = a$ ，则 $a > 0$ ；

(B) 若 $x_n > 0$ ($n=1,2,\cdots$)，且 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ 极限存在，设 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = a$ ，则 $a > 0$ ；

(C) 若 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = a > 0$ ，则 $x_n \geq 0$ ($n=1,2,\cdots$)；

(D) 若 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = a > 0$ ，则存在正整数 N ，当 $n > N$ 时，都有 $x_n > \frac{a}{2}$

3. 设当 $x \rightarrow x_0$ 时， $\alpha(x), \beta(x)$ 都是无穷小 ($\beta(x) \neq 0$)，则当 $x \rightarrow x_0$ 时，下列表达式中不一定为无穷小的是（ ）.

- (A) $\frac{\alpha^2(x)}{\beta(x)}$ ； (B) $\alpha^2(x) + \beta^3(x) \sin \frac{1}{x}$ ； (C) $\ln(1 + \alpha(x)\beta(x))$ ； (D) $|\alpha(x)| + |\beta(x)|$

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{5}{3}} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ ，在 $x=0$ 处 $f(x)$ （ ）.

- (A) 不连续； (B) 连续，但不可导； (C) 可导，但导数不连续 (D) 可导，且导数连续

5. 设 $f(x) = f(-x)$ ，且在 $(0, +\infty)$ 内二阶可导，又 $f'(x) > 0$ ， $f''(x) < 0$ ，则 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 内的单调性和图形的凹向是（ ）.

- (A) 单调增，向下凹； (B) 单调减，向下凹； (C) 单调增，向上凸； (D) 单调减，向上凸

6. 函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的以下结论正确的是（ ）.

(A) 若 $f'(x_0) = 0$ ，则 $f(x_0)$ 必是一个极值；

(B) 若 $f''(x_0) = 0$ ，则点 $(x_0, f(x_0))$ 必是曲线 $y = f(x)$ 的一个拐点；

(C) 若极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n[f(x_0 + \frac{1}{n}) - f(x_0)]$ 存在 (n 为正整数)，则 $f(x)$ 在 x_0 点可导，且有

$\lim_{n \rightarrow \infty} n[f(x_0 + \frac{1}{n}) - f(x_0)] = f'(x_0)$ ；

(D) 若 $f(x)$ 在 x_0 处可微，则 $f(x)$ 在 x_0 点的某邻域内有界

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. 设 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ a + x^2, & x \leq 0, \end{cases}$ 要使 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 则 $a =$ _____.

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (x-1)^{\tan x} =$ _____, $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (x-1)^{\tan x} =$ _____.

3. 设 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x > 1, \\ x^3, & x \leq 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导, 则 $a =$ _____,
 $b =$ _____.

4. 函数 $f(u)$ 可导, $y = f(x \sin x)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

5. 曲线 $y = \frac{x^2}{2x+1}$ 的斜渐近线方程为_____.

6. 设 $y = f(x)$ 在 $x=0$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 1$, 则 $f'(0) =$ _____.

三、求极限（本题共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分）

1. 数列 $\{x_n\}$ 通项 $x_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$, 求 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$.

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$.

四、求导数（本题共 3 小题，每小题 7 分，满分 21 分）

1. 设 $y = (1+x^2)e^{\sin \sqrt{x}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

2. 设 $\begin{cases} x = t^2, \\ y = \sin t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

3. 函数 $y = y(x)$ 由 $x + y = \sin y$ 确定, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=1-\frac{\pi}{2} \\ y=\frac{\pi}{2}}}$, $\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{\substack{x=1-\frac{\pi}{2} \\ y=\frac{\pi}{2}}}$.

五、(本题满分 8 分)

在抛物线 $y = 1 - x^2$ 上找一点 $P(a, b)(a > 0)$, 过 P 点作抛物线的切线, 使此切线与抛物线及两坐标轴所围成的区域面积最小, 求 P 点坐标. (抛物线与坐标轴所围面积不必计算出来)

六、(本题满分 6 分)

设常数 $k > 0$ ，讨论函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ 在 $(0, +\infty)$ 内零点的个数.

七、证明题 (本题满分 5 分)

设 $f(x)$ 在 (a, b) 内二阶可导，且 $f''(x) > 0$ ，证明：对于任意的 $x_1, x_2 \in (a, b)$ ，且 $x_1 \neq x_2$ 及 $\lambda (0 < \lambda < 1)$ ，恒有 $f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$.

14 浙江理工大学 2004-2005 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试卷

一 选择题。

1 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^x - 1}, & x \neq 0 \\ \frac{1}{e^x + 1}, & x = 0 \end{cases}$, 则 $x = 0$ 为 $f(x)$ 的 ()

A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 震荡间断点

2、设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \\ \ln(a + bx), & x \geq 0 \end{cases}$ 要使 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续且可导, 则 ()

A. $a = 1, b = 0$ B. $a = 1, b = 1$ C. $a = 0, b = 1$ D. a, b 不存在

3、设常数 $k > 0$, 函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ 在 $(0, +\infty)$ 的零点个数为 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

4、设 $f(x)$ 一阶可导, 且 $f(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x^2} = -2$, 则 $f(0) = 0$ 是 ()

A. $f(x)$ 的极小值 B. $f(x)$ 的极大值

C. 一定不是 $f(x)$ 的极值 D. 不一定是 $f(x)$ 的极值

5、设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上二阶可导, 且 $f''(x) > 0, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0$, 则当 $x > 1$ 时,

$f(x)$ ()

A. 单调减少且大于 0 B. 单调增加且大于 0

C. 单调减少且小于 0 D. 单调增加且小于 0

二 填空题。

1、设 $f'(x_0) = A$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2h) - f(x_0 - h)}{h} = \underline{\hspace{2cm}}$

2、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sin \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + 1}} + \sin \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + 2}} + \dots + \sin \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + n}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

3、设 $f'(x) = g(x)$, 则 $\frac{d}{dx} f(\sin^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}$

4、 $d[\ln(x + \sqrt{1 + x^2})] = \underline{\hspace{2cm}} d\sqrt{1 + x^2}$

5、 $y = x^2 \sin x$, 则 $y^{(50)} = \underline{\hspace{2cm}}$

三 计算题。

$$1、\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}) \quad (x > 0)$$

$$2、\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x$$

$$3、\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$$

$$4、\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x^2 \sin x}$$

5、设 $y = (\ln x)^x$ ，求 y'

6、设 $x + 2y - \cos y = 0$ ，求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

7、设 $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$ ，其中 $f''(t)$ 存在且不为零，求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

四 设 $f(x) = \begin{cases} x^k \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, (k 为实数),

问 k 在什么范围内 $f(x)$ (1) 连续; (2) 可导; (3) 导数连续。

五 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明: 至少存在一点 $\xi \in [a, b]$, 使得 $f(\xi) = \frac{1}{2}[f(a) + f(b)]$ 。

六 设 $f(x), g(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可微, 且 $f(a) = f(b) = 0$, 证明: 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi)g(\xi) + f(\xi)g'(\xi) = 0$ 。

七 设函数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, (1) 求 $f(x)$ 的单调区间; (2) 求 $f(x)$ 的极值点; (3) 判断 $f(x)$ 的凹凸性; (4) 求 $f(x)$ 的拐点; (5) 求 $f(x)$ 的渐进线; (6) 做出 $f(x)$ 的大致图形。

15 浙江理工大学 2003-2004 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试卷

一 选择题 (每小题 5 分)

1. 设 $f(x)$ 为定义在 (a, b) 内的初等函数, 则下列命题正确的是 []

- A. $f(x)$ 在 (a, b) 内必定可导; B. $f(x)$ 在 (a, b) 内必定可微分;
C. $f(x)$ 在 (a, b) 内必定连续; D. $f(x)$ 在 (a, b) 内必定有界。

2. 函数 $y = 2x^2 - \ln x$ 的单调减少区间是 []

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ C. 不存在 D. $(0, \frac{1}{2})$

3. 直线 $4x - y - 6 = 0$ 与曲线 $y = x^4 - 3$ 相切, 则切点的坐标是 []

- A. $(-1, -2)$ B. $(-2, -1)$ C. $(1, -2)$ D. $(-2, 1)$

4. 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义, 且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2h) - f(x_0)}{h} = 1$, 则 $f'(x_0) = []$

- A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. $\frac{1}{2}$

5. 设 $f(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}$, 则 $x=1$ 为 $f(x)$ 的 []

- A. 连续点; B. 无穷间断点; C. 跳跃间断点; D. 可去间断点。

二 填空题 (每小题 5 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设函数 $f(x) = (1 + x^2) \arctan x$, 则 $dy(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设函数 $f(x) = \ln(1 + x^2)$, 则 $f''(-1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$ 的不连续点的全体是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 则由微分中值定理得至少存在一点 $\xi \in (a, b)$,

使 $e^{f(b)} - e^{f(a)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三 简答题, 每小题 5 分, 共 30 分.

1 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \sin \frac{2}{n^2}$

2. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right)$

3. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}, (a > 0, b > 0, c > 0).$

4. 设 $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4 - x^2}$, 求 y'

5. 求曲线 $x^2 + y^2 - 2x + 3y + 2 = 0$ 的切线, 使该切线平行于直线 $2x + y - 1 = 0$.

6. 求参数方程 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = t - \arctan t. \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数。

四 某车间靠墙壁要盖一间长方形小屋，现有存砖只够砌 20 米长的墙壁。问应围成怎样的长方形才能使这间小屋的面积最大？（设墙壁的高度和厚度不变）（8 分）

五 设函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上可导， $f(0) = 0$, $f'(x)$ 单调增加，证明： $\varphi(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加。（6 分）

六 讨论 n 的取值范围，使函数 $f(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0 \end{cases}$,

- (1) 在 $x = 0$ 处是连续的；
- (2) 在 $x = 0$ 处可微分；
- (3) 在 $x = 0$ 处其导函数是连续的。（6 分）

高等数学试题资料目录

- 1 高等数学 A1 期中试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 2 高等数学 A1 期中试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 3 高等数学 A1 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）**
- 4 高等数学 A1 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 5 高等数学 A1 期末试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 6 高等数学 A1 期末试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 7 高等数学 A1 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 8 高等数学 A1 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 9 高等数学 A2 期中试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 10 高等数学 A2 期中试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 11 高等数学 A2 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 12 高等数学 A2 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 13 高等数学 A2 期末试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 14 高等数学 A2 期末试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 15 高等数学 A2 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 16 高等数学 A2 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 17 高等数学 A1 期中试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 18 高等数学 A1 期中试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 19 高等数学 A1 期末试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 20 高等数学 A1 期末试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 21 高等数学 A2 期中试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 22 高等数学 A2 期中试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 23 高等数学 A2 期末试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 24 高等数学 A2 期末试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）