



高等数学 A1

浙江理工大学期中试题汇编

(试卷册 上)

学校: _____

专业: _____

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

(此试卷为 2021 年第二版)

目录

1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	1
2 浙江理工大学 2019—2020 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	4
3 浙江理工大学 2018—2019 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	8
4 浙江理工大学 2017—2018 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	11
5 浙江理工大学 2016—2017 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	15
6 浙江理工大学 2014—2015 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	19
7 浙江理工大学 2012—2013 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	23
8 浙江理工大学 2011—2012 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	27
9 浙江理工大学 2010—2011 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	31
10 浙江理工大学 2010-2011 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题.....	35

（高数系列试卷见本书最后一页。如有其他需要，请加入 QQ 群获取其他资料）

写在前面

当打开这套试题册时，你估计已经接近期中考试了。一本厚厚的试题册，满满的公式，瞬间让你有回到了高中的感觉。对于高中的我们来说，这十几套试题根本不算什么，但在大学，能把这十几套试卷认真做完真的不是一件很容易的事情。但我希望大家都能坚持下来，说近点的，高数还有5个学分呢！对吧？

能真正把这十几套试卷认真做完并学习透彻，确实很难。但当我们攻克一道道难题，刷完一套套试卷时，那种欣喜之感油然而生。以前有人说过，世界上有棵树很高很高，那棵树就是“高数”，很多人爬上去就下不来了。段子归段子，玩笑归玩笑，乐呵乐呵就过去了。调侃之余进行认真学习是很必要的，至少能证明我高数在大学是合格的。当然了，人各有志，每个人追求不同，追求多少分无所谓，在乎的是那种心态，无所畏惧，当我们看到那一堆堆积分符号时，看到那一个个微分符号时，我告诉自己，拿出纸笔，我要做出来这道题目，这种态度是令我最羡慕的，也是我认为最纯粹的。

很多人都会坚持不下来，这是一大困难，我们要试着克服。进入大学后，我们的生活更加丰富多彩，课外时间也更加充实了。可很多人对学习的态度变弱了。每次当我反思自己这一天有多少时间是在认真投入学习时，结果令我吃惊并且失望，学习时长竟然能用手指头数地过来，当我去想时间都去哪儿了的时候，我又感到一丝空虚。我现在在写序言，想到了2021届的学子们也快开学了，心里还是有很多感慨的。此时此刻，我的脑海里浮现的是我曾经追过的五点半的那缕阳光，为了背单词、背文科题目背到口干舌燥却浑然不知；中午饭后总想着要在班里多学习一会儿，结果每次回宿舍午休都得迟到；刷数学、理综题目时刷到忘了时间，忘了身边的一切；和小伙伴们争论一道题争到面红耳赤……当我高考完过后再去自己做过题目时，发现那一张张卷子有过我青春的回忆。时间，带走的是少年的张扬与不羁，带不走的是少年们为了自己的理想而不顾一切地追求自己所热爱的一切的坚韧、不屈、执着与勇气。我和别人唠嗑时总是会说我高三那时候怎么怎么放松，怎么怎么不努力，我觉得我发扬了中国了一大精神：谦虚的精神。但真正的生活，没有走过怎又能知道呢？当高考结束铃响起，当录取通知书递送到你的手边，当拖着行李箱迈进校园，少年成熟了，敢于追求的梦也越来越清晰了，热爱学习，热爱生活，本就是一个18岁的花季少年身上最发光发亮的地方。

关于写高数试卷，我在这里给大家提几点建议哈。

1、重视课本。重视课本的知识点、习题、概念定理的应用辨析。课本是基础，是提升的地基。做完试卷后你会发现，期末考点万变不离其宗，也有多道试题来源于课本。课本的每道题目存在都有其必然的道理，希望大家在期末考前不要扔掉课本；

2、学着去总结题型。总结题型是脱离题海游上岸的船舶，总结之后，你会发现考点也就只有那么些。总结时，大家要注意这个知识的应用背景、注意事项等等；

3、认真做题。这是我必须强调的，大学期末卷子没有高考难，想取得高分态度一定要端正，认真去学习每个类型的题目，去学习每个知识点。

于我而言，经历的人生最折磨的事情莫过于去把一行一行公式录入到word文档中（有几套试题和答案是我一个字一个字、一个公式一个公式敲上去的），在这里希望大家可以认真做卷子，争取期末取得理想的成绩！

由于时间紧，录入时可能出现错误，也可能有其他大大小小的错误，恳请大家批评指正。

张创琦

2021年5月22日写，2021年8月9日改

资料说明

试卷整理人：张创琦

版次：2021 年 8 月 9 日 第二版

微信公众号：创琦杂谈

QQ 号：1020238657

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）：749060380

创琦杂谈大学数学学习交流群（QQ 群）：967276102

微信公众号用于**提前告知资料更新内容**，分享一些学习内容和一些优秀的文章，我也会写一些文章，主要是以大学生视角进行一些事情的审视批判。

QQ 学习群用于**学习资料的分享**，一般会第一时间进行资料的分享的。群里也可以进行**学习内容的讨论**，群里大佬云集哦（我不是大佬，呜呜呜），大家有什么不会的题目发到群里就好了哈！创琦杂谈大学数学学习交流群专门进行数学相关的资料分享与讨论，这套试卷里不会的题目直接在群里问就好了哈~ 创琦杂谈学习交流群主要进行其它资料的分享以及知识的解答，不仅仅限于数学哈~ 建议大家都加一下，你会有很多收获的~ 可以**水群**哦~ 我们分享的资料只作为学习使用，**不得进行售卖等行为，否则后果自负**。

如果有任何问题可以联系我的 QQ 哈，我的性格很开朗，喜欢结交更多的朋友，欢迎大家加我的联系方式哈~

版权声明：试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“创琦杂谈大学数学学习交流群”，转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等违法行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

在这里感谢我的高数老师以及其他老师们对我的鼎力帮助！（高数老师不让我写上她的名字，那我就在这里默默感谢她吧）

1 浙江理工大学 2020—2021 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

一 选择题 (每题 4 分, 共 6 小题, 共 24 分)

1 判断函数 $f(x) = \frac{\ln|x|}{|x-1|} \sin x$ 有 ()

A 1 个可去间断点, 1 个跳跃间断点; B. 2 个跳跃间断点;

C 1 个可去间断点, 1 个无穷间断点; D. 2 个无穷间断点.

2. 设 $f(x)$ 的导数在 $x=a$ 处连续, 又 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{x-a} = -1$, 则 ()A. $x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点;B. $x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点;C. $x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点;D. $(a, f(a))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{2}{x}}, & x > 0 \\ a \cos x, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a=$ ()A. e^2 ;B. e ;C. e^{-1} ;

D. 0.

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-a}{x-a} = b$, 则 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin f(x) - \sin a}{x-a} =$ ()A. $b \sin a$;B. $b \cos a$;C. $b \sin f(a)$;D. $b \cos f(a)$.5. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 若 $x \tan x$ 与 x^k 是同阶无穷小, 则 $k=$ ()

A. 1;

B. 2;

C. 3;

D. 4.

6 下列说法正确的是 ()

A 若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 连续, 则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 可导;B 若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 不可导, 则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 不连续;C 若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 不可微, 则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 极限不存在;D 若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 不连续, 则 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 不可导.

二 填空题 (每题 4 分, 共 6 小题, 共 24 分)

1 函数 $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ 图形的渐近线有_____.2 设函数 $f(x)$ 满足 $f(1)=0, f'(1)=2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(\sqrt{1+x}-1)}{f(e^x-x)} =$ _____.3 曲线 $x+y+e^{2y}=0$ 在点 $(0, -1)$ 处的切线方程_____.4 设函数 $y=x^2 e^x$, 则 $y^{(10)} =$ _____.

5 设函数 $y=3e^x \cos x$, 则 $dy=$ _____.

6 函数 $y=x^3+2x$ 在 $[0, 1]$ 上满足拉格朗日中值定理, 所得中值 $\xi =$ _____.

三 计算题 (本题共 5 小题, 每题 6 分, 满分 30 分, 应写出演算过程及相应文字说明)

1. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{(e^x - 1)(\sqrt[3]{1+x^2} - 1)}$. (6 分)

2. 求 a, b 的值, 使函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & x > 1 \end{cases}$ 处处可导. (6 分)

3. 设函数 $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = 1 - \arctan t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$. (6 分)

4. 设函数 $y(x)$ 由方程 $\arctan \frac{x}{y} = \ln \sqrt{x^2 + y^2} \ (y > 0)$, 求 $y'(0)$. (6 分)

5. 设函数 $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$, 求 dy . (6 分)

四 综合题 (本题共 2 小题, 第 1 题 6 分, 第 2 题 8 分, 满分 14 分, 应写出具体的解题过程)

1. 求常数 k , 使曲线 $f(x)=k(x^2-3)^2$ 上拐点处的法线通过原点。(6 分)

2. 已知 $f(x)=x^3-3ax+b$ ($a \neq 0$) 在点 $(2, f(2))$ 处与直线 $y=8$ 相切,

(1) 求 a, b 的值, (2) 单调区间及极值。(8 分)

五 证明题 (本题共 2 小题, 每题 4 分, 满分 8 分)

1 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 证明 $\tan x > x + \frac{1}{3}x^3$. (4 分)

2 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(1)=0$, 试证明存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) = -f(\xi) \cot \xi$. (4 分)

2 浙江理工大学 2019—2020 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

本人郑重承诺: 本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》, 愿意在考试中自觉遵守这些规定, 保证按规定的程序和要求参加考试, 如有违反, 自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名: _____ 学号: _____ 班级: _____ 座位号 _____

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 设 $a_n > 0 (n = 1, 2, \dots)$, $S_n = a_1 + a_1 + \dots + a_n$, 则数列 $\{S_n\}$ 有界是数列 $\{a_n\}$ 收敛的 ()

- A. 充分且必要条件; B. 充分非必要条件;
C. 必要非充分条件; D. 既非充分也非必要条件;

2. 曲线 $y = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ 的拐点是 ()

- A. (1, 0) B. (2, 0) C. (3, 0) D. (4, 0)

3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(mx)}{x}, & x \neq 0 \\ 3, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $m =$ ()

- A. 1; B. 2; C. 3; D. 0;

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = \frac{1}{2}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} =$ ()

- (A) $\frac{1}{6}$; (B) $\frac{1}{3}$; (C) $\frac{1}{2}$; (D) $\frac{4}{3}$;

5. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小中, 与 x 不等价的是 ()

- (A) $e^x - 1$; (B) $\sqrt{1+x} - 1$; (C) $\tan x$; (D) $\ln(1+x)$;

6. 函数 $y = f(x)$ 下面说法正确的是 ()

- (A) 函数在某点连续一定在该点可导; (B) 函数在某点不可导一定在该点不连续;
(C) 函数在某点不可导一定在该点连续; (D) 函数在某点可导一定在该点连续;

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

1. 设函数 $y = -x^2 + 1$ 在定义域内弧微分 $ds =$ _____ 顶点处的曲率 $K =$ _____

2. 设函数 $f(x) = (e^x - 1)(e^{2x} - 2) \cdots (e^{nx} - n)$, 其中 n 为正整数, 则 $f'(0) =$ _____

3. 曲线 $y = \frac{x^2+x}{x^2-1}$ 渐近线的条数为: _____ 条, 无穷间断点有: _____ 个

4. $y = x^2 e^x$, 则 $y^{(20)} =$ _____.

5. 设 $y = 3e^x \cos x$, 则函数的微分 $dy =$ _____

6. 函数 $f(x) = x^3 - 9x + 2$ 在 $[0, 3]$ 上满足罗尔定理, 则中值点 $\xi =$ _____

三、计算题 (本题共 6 小题, 每题 5 分, 满分 30 分, 应写出演算过程及相应文字说明)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$

2. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!} \right]$

3. 求 a, b 的值, 使函数 $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x > 0 \\ b(1 - x^2), & x \leq 0 \end{cases}$ 处处可导。

4. 设函数 $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = 1 - \arctan t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{d^2y}{dx^2}$

5. 设方程 $\sin(xy) + \ln(y-x) = x$ 确定 $y = y(x)$, 求 $y'(0)$

6. 设 $y = x^{\sin x}$, 求 dy

四、综合题 (本题共 2 小题, 第 1 题 6 分, 第 2 题 8 分, 共 14 分, 应写出具体解题过程)

1. 设曲线 $f(x) = x^n$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线与 x 轴的交点为 $(x_n, 0)$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n)$

2. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x = 1$ 处有极值 -2 , 试确定系数 a, b 的值, 并求出
(1) 单调区间及极值; (2) 凹凸区间及拐点。

五、证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，满分 8 分）

1. 当 $x > y > 0$ 时，证明 $\ln \sqrt{xy} < \ln \frac{x+y}{2}$

2. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，且 $0 < a < b$ ，试证存在 $\xi, \eta \in (a, b)$ ，

使得 $f'(\xi) = \frac{a+b}{2\eta} f'(\eta)$ 。

（提示：用拉格朗日中值定理和柯西中值定理）

3 浙江理工大学 2018—2019 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

本人郑重承诺: 本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》, 愿意在考试中自觉遵守这些规定, 保证按规定的程序和要求参加考试, 如有违反, 自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名: _____ 学号: _____ 班级: _____ 座位号: _____

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列四个无穷小量中, 哪个是比其余三个更高阶的无穷小量 () .

A. x^2 B. $1 - \cos x$ C. $\sqrt{1-x^2} - 1$ D. $x - \tan x$

2、函数 $f(x) = \ln x - \frac{2}{x}$ 的零点大致在区间 () 上.

A. (1,2) B. (2,3) C. (3,4) D. $(e, +\infty)$

3、点 $x=0$ 是函数 $y = \frac{\frac{1}{3^x} - 1}{\frac{1}{3^x} + 1}$ 的 () .

A. 连续点 B. 跳跃间断点 C. 可去间断点 D. 第二类间断点

4、已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 周期为 4, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$, 则曲线

$y = f(x)$ 在点 $(5, f(5))$ 处的切线斜率为 () .

A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. -1 D. -2

5、若二次可导函数 $f(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x-a)^2} = 1$, 则 () .

A. $x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点 B. $x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点
C. $x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点 D. $(a, f(a))$ 是 $f(x)$ 的一个拐点

6、曲线 $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ 的渐近线共有 () .

A. 0 条 B. 1 条 C. 2 条 D. 3 条

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

1、设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+5}{x-1} + ax + b \right) = 3$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

2、计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^4+1}} + \frac{2}{\sqrt{n^4+2}} + \cdots + \frac{n}{\sqrt{n^4+n}} \right) =$ _____.

3、已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a+x}{a-x} \right)^{\frac{1}{x}} = e$, 则 $a =$ _____.

4、设 $y = y(x)$ 是由方程 $x^2 - y + 1 = e^y$ 所确定的隐函数, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=0} =$ _____.

5、设 $y = \frac{1-x}{1+x}$, 则 $y^{(n)} =$ _____.

6、函数 $y = x^{2x}$ 在区间 $(0, 1]$ 上的最小值为_____.

三、计算题 (本题共 5 小题, 每题 5 分, 满分 25 分, 应写出演算过程及相应文字说明)

1、 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$. 2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{(e^x - 1)(\sqrt[3]{1+x^2} - 1)}$.

3、已知 $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4-x^2}$, 求 dy .

4、求出 a, b 的值, 使得函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}, & x < 0 \\ ax+b, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 点可导.

5、计算由参数方程 $\begin{cases} x = \ln \cos t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{3}}$.

四、综合题（本题共 3 小题，每第 1 题 6 分，共 18 分，应写出具体解题过程）

1、求函数 $y = x^3 - 3x^2 + 9$ 的单调区间、极值及其图形的凹凸区间和拐点。

2、讨论函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x^3 e^{nx}}{x + e^{nx}}$ 的连续性（ n 为正整数）。

4 浙江理工大学 2017—2018 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

本人郑重承诺: 本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》, 愿意在考试中自觉遵守这些规定, 保证按规定的程序和要求参加考试, 如有违反, 自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名: _____ 学号: _____ 班级: _____ 座位号: _____

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1、设 $f(x)$ 可导, $f(x)f'(x) > 0$, 则 () .

- A. $f(1) > f(-1)$ B. $f(1) < f(-1)$
C. $|f(1)| > |f(-1)|$ D. $|f(1)| < |f(-1)|$

2、设数列通项为 $x_n = \begin{cases} \frac{n^2 + \sqrt{n}}{n}, & \text{若 } n \text{ 为奇数,} \\ \frac{1}{n}, & \text{若 } n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\{x_n\}$ 是 () .

- A. 无穷大量. B. 无穷小量. C. 有界变量. D. 无界变量

3、下列各式中正确的是 () .

- A. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1.$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1.$
C. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x = -e.$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{-x} = e.$

4、已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1} \leq x \leq \frac{1}{n}, & n = 1, 2, \dots \end{cases}$ 则 () .

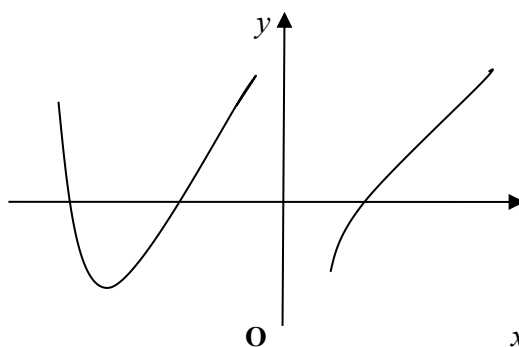
- A. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的第一类间断点.
B. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的第二类间断点.
C. $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续但不可导.
D. $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导.

5、设函数 $y = f(x)$ 具有二阶导数, 且 $f'(x) > 0$, $f''(x) > 0$, Δx 为自变量 x 在 x_0 处的增量, Δy 与 dy 分别为 $f(x)$ 在点 x_0 处对应的增量与微分, 若 $\Delta x > 0$, 则 () .

- A. $0 < dy < \Delta y$ B. $0 < \Delta y < dy$
C. $\Delta y < dy < 0$ D. $dy < \Delta y < 0$

6、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 其导数的图形如图一所示, 则 $f(x)$ 有 ().

- A. 一个极小值点和两个极大值点.
 B. 两个极小值点和一个极大值点.
 C. 两个极小值点和两个极大值点.
 D. 三个极小值点和一个极大值点.



(图一)

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

- 1、设 $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt[3]{1-x^3} - ax - b) = 0$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 2、当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 若 $\ln^a(1+2x), (1-\cos x)^{\frac{1}{a}}$ 均是比 x 高阶的无穷小, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 3、函数 $y = x^{2x}$ 在区间 $(0,1]$ 上的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 4、设 $f(x) = x^2(x-1)(x-2)$, 则 $f'(x)$ 的零点的个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 5、已知 $f'(2) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{2h} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 6、函数 $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ 图形的渐近线有 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题 (本题共 6 小题, 每题 5 分, 满分 30 分, 应写出演算过程及相应文字说明)

- 1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right]$.
- 2、极限 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$.

3、求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + n + 1} + \frac{2}{n^2 + n + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n + n} \right)$.

4、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{x+y} + \cos xy = 0$ 确定，求 dy .

5、设 $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$ ，其中 $f''(t)$ 存在且不为零，求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

6、求 a, b 的值，使函数 $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x > 0 \\ b(1-x^2), & x \leq 0 \end{cases}$ 处处可导。

四、综合题 (本题共 2 小题, 第 1 题 6 分, 第 2 题 8 分, 共 14 分, 应写出具体解题过程)

1、设 $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{|x|(x^2 - 4)}$, 讨论函数 $f(x)$ 的间断点的类型。

2、试确定曲线 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 中的系数 a, b, c, d , 使得曲线过点 $(-2, 44)$, 且在点 $x = -2$ 处曲线有水平切线, 点 $(1, -10)$ 为曲线的拐点, 并指出曲线的单调区间和凹凸区间。

五、证明题 (本题共 2 小题, 每题 4 分, 满分 8 分)

1、设 $b > a > e$, 证明: $a^b > b^a$.

2、设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上具有二阶导数, 且 $f(a) = f(b) = 0$, $f'(a)f'(b) > 0$, 证明存在 $\xi \in (a, b)$ 和 $\eta \in (a, b)$, 使 $f(\xi) = 0$ 及 $f''(\eta) = 0$.

5 浙江理工大学 2016—2017 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1、当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = (1 - \cos x) \ln(1 + 4x^2)$ 与下列哪个函数是同阶无穷小 ()

- A. x^3 B. x^5 C. x^4 D. x^2

2、下列说法正确的是 ()

- A. 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 不可微, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 极限不存在
 B. 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 不可导, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 不连续
 C. 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 连续, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 可导
 D. 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 不连续, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 不可导

3、 $x = 1$ 是函数 $y = \frac{x-1}{\sin \pi x}$ 的 ()

- A. 可去间断点 B. 无穷间断点 C. 震荡间断点 D. 跳跃间断点

4、设 $f'(1) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2-x) - f(1)}{x-1} =$ ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 0

5、设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续并在开区间 (a, b) 内可导, 如果在 (a, b) 内 $f'(x) > 0$, 那么必有 ()

- A. 在 $[a, b]$ 上 $f(x) > 0$ B. 在 $[a, b]$ 上 $f(x)$ 单调增加
 C. 在 $[a, b]$ 上 $f(x)$ 单调减少 D. 在 $[a, b]$ 上 $f(x)$ 是凸函数

6、若 $f'(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f'(a) > 0$, $f'(b) < 0$, 则下列结论中错误的是 ()

- A. 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) > f(b)$
 B. 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) > f(a)$
 C. 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) = 0$
 D. 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = 0$

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，把答案填在题中横线上）

1、设 $f(x)$ 在 $x=2$ 处连续，且 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-f(x)}{x-2} = -2$ ，则 $f'(2) =$ _____

2、函数 $f(x) = \frac{4}{2-x^2}$ 的铅直渐近线是 _____，水平渐近线是 _____

3、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+n+1} + \frac{2}{n^2+n+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n+n} \right) =$ _____

4、函数 $y = x - \ln(1+x)$ 的单调减区间为 _____

5、设函数 $y = 2e^{x^2} \cos x$ ，则函数的微分 $dy =$ _____

6、若 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{3}{x}} = 8$ ，则 $a =$ _____

三、计算题（本题共 6 小题，每题 5 分，满分 30 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{\sin 2x}$

2、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \ln(1-x) - 1}{x - \arctan x}$

3、设 $y = e + \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ，求 $\frac{dy}{dx}$

4、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $xy = e^{x+y}$ 所确定，求 y'

5、设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arctan t \end{cases}$ 所确定，试求 $\frac{d^2y}{dx^2}$

6、求 a, b 的值，使函数 $f(x) = \begin{cases} \ln(1+x) & x > 0 \\ ax + b & x \leq 0 \end{cases}$ 处处可导

四、综合题（本题共 2 小题，第 1 题 6 分，第 2 题 8 分，共 14 分，应写出具体解题过程）

1、求曲线 $y = \frac{1}{x} + x^2$ 在拐点处的切线方程

2、描绘函数 $y = (x+6)e^{\frac{1}{x}}$ 的图形

五、证明题（本题共 2 小题，每题 4 分，满分 8 分）

1、试证明：当 $x > 0$ 时有 $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$

2、若函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0) = f(1) = 0$, $f(\frac{1}{2}) = 1$ ，证明：在 $(0,1)$ 内至少有一点 ξ ，使得 $f'(\xi) = 1$

（注：乱码部分为“(0,1)”）

6 浙江理工大学 2014—2015 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

一、选择题 (6 小题 \times 4 分 = 24 分)1、当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 与 \sqrt{x} 等价的无穷小量是 ()

- A. $\tan \sqrt{x} - \sin \sqrt{x}$ B. $\sqrt{1+\sqrt{x}} - 1$ C. $\ln \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}$ D. $1 - \cos \sqrt{x}$

2、设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 下列命题错误的是 ()

- A. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在, 则 $f(0)=0$;
 B. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+f(-x)}{x}$ 存在, 则 $f(0)=0$;
 C. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在, 则 $f'(0)$ 存在;
 D. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+f(-x)}{x}$ 存在, 则 $f'(0)$ 存在。

3、判断函数 $f(x) = \frac{\ln|x|}{|x-1|} \sin x$ 有 ()

- A. 1 个可去间断点, 一个跳跃间断点; B. 2 个跳跃间断点;
 C. 1 个可去间断点, 1 个无穷间断点; D. 2 个无穷间断点。

4、若 $f'(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f'(a) > 0, f'(b) < 0$, 则下列结论中错误的是 ()

- A. 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) > f(a)$;
 B. 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) > f(b)$;
 C. 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = 0$;
 D. 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(\xi) = 0$ 。

5、设函数 $f(x)$ 有二阶连续导数, 且 $f'(0)=0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = 1$, 则 ()

- A. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值;
 B. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值;
 C. $(0, f(0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点;
 D. $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值, $(0, f(0))$ 也不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点。

6、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ x^2 g(x), & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 $g(x)$ 是有界函数, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()

A. 极限不存在; B. 极限存在, 但导数不存在; C. 连续, 但不可导; D. 可导。

二、填空题 (6 小题 \times 4 分 = 24 分)

1、设 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{e^x-b}{x-1}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处连续, 则 $a=$ _____, $b=$ _____;

2、设函数 $f(x)$ 满足 $f(1)=0, f'(1)=2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (\sqrt{1+x}-1)}{f(e^x-x)} =$ _____;

3、设 $y = \frac{1-\ln x}{1+\ln x}$, 则函数的微分 $dy =$ _____;

4、设 $x=g(y)$ 是单调连续函数 $y=f(x)$ 的反函数, 且 $f(1)=2, f'(1)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $g'(2)=$ _____.

5、函数 $y = \ln(1-2x)$ 在 $x=0$ 处的 n 阶导数 $y^{(n)}(0) =$ _____.

6、函数 $f(x) = |4x^3 - 18x^2 + 27|$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最小值为_____, 最大值为_____。

三、计算题 (5 小题 \times 5 分 = 25 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 2}{x^2}$

2、设 $y = \lim_{t \rightarrow 0} x(1+3t)^{\frac{x}{t}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$

3、求数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, 其中 $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k}}$.

4、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y \ln y - x + y = 0$ 确定, 求 y', y'' .

5、求曲线 $y = \frac{x+9}{x+5}$ 过原点的切线。

四、解答题 (2 小题 \times 6 分 = 12 分)

1、若函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内二阶导数连续, 且 $f(0) = 0$, 考虑函数 $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$,

(1) 确定 a 值, 使 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续;

(2) 对于所求的 a 值, 证明 $g'(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续。

2、已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x=1$ 处有极值-2, 试确定系数 a, b 的值, 并求出

(1) 单调区间及极值; (2) 凹凸区间及拐点。

五、数学建模题 (本题 7 分)

水从高 18cm、开口半径为 6cm 的圆锥形漏斗流入半径为 5cm 的圆柱形桶内。已知某时刻漏斗中水深 12cm, 漏斗水面下降的速度为 1cm/s, 求此时圆桶中水面上升的速度。(提示: 假设漏斗水深为 x cm 时桶的水深为 y cm)

六、证明题 (2 小题 \times 4 分=8 分)

1、设 $0 < a < b$, 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 试利用柯西中值定理, 证明

存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f(b) - f(a) = \xi f'(\xi) \ln \frac{b}{a}$ 。

2、证明 $x^2 - x \sin x - \cos x = 0$ 仅有两个实根。

7 浙江理工大学 2012—2013 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{(1+x)x^2}, & x < 0 \\ \frac{x-1}{x^2+x-2}, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的间断点有 ()

- A. $x=1, x=-1$ B. $x=0, x=1$ C. $x=0, x=-1$ D. 没有

2、数列 $\{a_n\}$ 无界是数列发散的 ()

- A. 必要非充分条件 B. 充分非必要条件 C. 充要条件 D. 非充分非必要条件

3、当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x^2)(1-\cos \sqrt{x})$ 是 $x \sin x^2$ 的 ()

- A. 高阶无穷小 B. 同阶无穷小 C. 等价无穷小 D. 低阶无穷小

4、设 $f(x)$ 为可导函数, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2-x)-f(1)}{x-1} =$ ()

- A. $-f'(x-1)$ B. $f'(-1)$ C. $-f'(1)$ D. $f'(2)$

5、设 $0 < a < b$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} =$ ()

- A. 0 B. 1 C. a D. b

6、设 $f(x) = -f(-x)$, 且在 $(0, +\infty)$ 内二阶可导, 又 $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$, 则 $f(x)$ 在

$(-\infty, 0)$ 内的单调性和凹凸性是 ()

- A. 单调增, 凹 B. 单调减, 凹 C. 单调增, 凸 D. 单调减, 凸

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

1、曲线 $y = x^2 - 4x + 3$ 在顶点处的曲率为_____。

2、若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = a$ (a 为有限数), 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^2(x)}{x} =$ _____。

3、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2xe^x)^{\frac{1}{x}} =$ _____。

4、 $y = x^2 e^x$, 则 $y^{(20)} =$ _____。

5、设 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ 且 $f(x)$ 可导, 则 $df(x) =$ _____。

6、曲线 $y = \frac{e^{\frac{1}{x}} + e}{\frac{1}{e^x} - e}$ 的铅直渐近线是_____。

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 5 分，满分 25 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$ 。

2、已知 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + f(x) \sin x} - 1}{e^{3x} - 1} = 2$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 。

3、已知 $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4 - x^2}$ ，求 y' 。

4、设函数 $y(x)$ 由方程 $\ln y = 2 - ye^x$ 确定，求 $\frac{dy}{dx}$ 。

5、设 $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$ ，其中 $f''(t)$ 存在且不为零，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

四、解答题（本题共 2 小题，每小题 7 分，满分 14 分，应写出具体解题过程）

- 1、设 $f(x)$ 是 x 的四次多项式函数，已知它在 $x = -1$ 处有极值 -11 ， $(0,0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点，且在点 $(2,16)$ 处的切线平行于 x 轴，求 $f(x)$ 。

- 2、若 $f(x) = \begin{cases} b(1 + \sin x) + a + 2, & x > 0 \\ e^{ax} - 1, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可微，试求 a, b 的值，并写出 $f(x)$ 的导函数。

五、数学建模题 (本题 5 分, 应写出具体建模和求解过程)

货车以速度 x 公里/小时, 行驶 200 公里, 按交通法规限制 $50 \leq x \leq 100$ 。假设柴油的价格为 7 元/升, 而货车耗油的速率是 $\left(5 + \frac{x^2}{700}\right)$ 升/小时, 司机的工资是 29 元/小时, 试问最经济的车速是多少? 这次行车的总费用是多少?

六、证明题 (本题共 2 小题, 第 1 小题 3 分, 第 2 小题 5 分, 满分 8 分)

1、证明方程 $\ln x = \frac{1}{2} - x$ 至少有一个不超过 1 的正根。

2、设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f(a) = f(b) = 1$, 试证: $\xi, \eta \in (a, b)$,

使 $e^{\eta-\xi} [f(\eta) + f'(\eta)] = 1$ 。

8 浙江理工大学 2011—2012 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

一 选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 设数列 x_n 和 y_n 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则 ().
 (A) x_n 收敛, y_n 必发散; (B) x_n 无界, y_n 必有界;
 (C) x_n 有界, y_n 必为无穷小; (D) $\frac{1}{x_n}$ 为无穷小, y_n 必为无穷小;
2. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x} = \frac{1}{2}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} =$ ().
 (A) $\frac{1}{6}$; (B) $\frac{1}{3}$; (C) $\frac{1}{2}$; (D) $\frac{4}{3}$;
3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小中, 与 x 不等价的是 ().
 (A) $e^x - 1$; (B) $\tan x$; (C) $\sqrt{1+x} - 1$; (D) $\ln(1+x)$;
4. 设 $f(x)$ 为可导函数, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2-x) - f(1)}{x-1} =$ ().
 (A) $-f'(x-1)$; (B) $f'(-1)$; (C) $-f'(1)$; (D) $f'(2)$;
5. 函数 $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是 ().
 (A) 处处单调减少; (B) 具有最小值; (C) 处处单调增加; (D) 具有最大值;
6. 下面说法正确的是 ().
 (A) 函数在某点连续一定在该点可导; (B) 函数在某点不可导一定在该点不连续;
 (C) 函数在某点不可导一定在该点连续; (D) 函数在某点可导一定在该点连续;

二 填空(每题 4 分共 24 分, 请将正确的答案填在空格内)

- 1 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{1-x} = 5$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____。
- 2 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+c}{x-c} \right)^x = 4$, 则 $c =$ _____。
- 3 函数 $f(x) = \frac{x \ln(x+3)}{x^2 + 3x + 2}$ 的可去间断点为 _____。
- 4 设 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + k\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{1}{3} f'(x_0)$, 则 $k =$ _____。
- 5 设函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内二阶可导, 则弧微分 $ds =$ _____,
 曲率 $K =$ _____。
6. 函数 $f(u)$ 可导, $y = f(x \sin x)$, 则 $dy =$ _____。

三 简答题 (每题 6 分共 30 分)

1. 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n^2+1} + \frac{n+2}{n^2+2} + \cdots + \frac{n+n}{n^2+n} \right)$ 。 2. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{3}{\sin x}}$ 。

3. $x^{\frac{1}{y}} = y^{\frac{1}{x}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{dx}{dy}$ ($x \neq \frac{1}{e}$, $y \neq \frac{1}{e}$)。

4. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos x - 1}{\sin 2x}$ 。

5. 计算由 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = t - \arctan t. \end{cases}$ 参数方程所确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

6. 求曲线 $y = \frac{1}{x} + x^2$ 在拐点处的切线方程。

四. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & x \leq 1 \\ \frac{4}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 在其定义域内处处可导, 试求 a, b 的值, 并写出 y'

的表达式。(6 分)

五. 设 $y = e^x(x^2 + 2x + 2)$, 求 $y^{(n)}$ 。(6 分)

六. 描绘函数 $y = 1 + \frac{36x}{(x+3)^2}$ 的图形。 (6 分)

七. 设 $f(x)$ 在 (a,b) 内有二阶导数, $f''(x) > 0$, 试证: 对

$\forall \lambda \in (0,1), \forall x_1, x_2 \in (a,b)$, 有 $f[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$ 。 (4 分)

9 浙江理工大学 2010—2011 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

- 1、函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + 1$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内零点的个数为 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 2、设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$, 有关函数间断点的正确结论为 ()
A. 存在间断点 $x = 1$ B. 不存在间断点
C. 存在间断点 $x = 0$ D. 存在间断点 $x = -1$
- 3、设函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 在点 $x = \frac{\pi}{2}$ 连续, 又 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{f'(x)}{\cos x} = -1$, 则 ()
A. $x = \frac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 的极大值点 B. $x = \frac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 的极小值点
C. $\left(\frac{\pi}{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ 是 $f(x)$ 的拐点 D. $x = \frac{\pi}{2}$ 非极值点, 且 $\left(\frac{\pi}{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ 也非拐点
- 4、函数 $f(x) = x - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{3}}$ 在下列区间上不满足拉格朗日中值定理条件的是 ()
A. $[0, 1]$ B. $[-1, 1]$ C. $\left[0, \frac{27}{8}\right]$ D. $[-1, 0]$
- 5、函数 $f(x)$ 在 a 点的去心领域内有界, 是极限 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在的 ()
A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件 C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
- 6、当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = (1 - \cos x) \ln(1 + 2x^2)$ 与下列哪个函数是同阶无穷小 ()
A. x^3 B. x^5 C. x^4 D. x^2

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 把答案填在题中横线上)

- 1、抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 在顶点处的曲率是_____
- 2、函数 $y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t(1 + \sin t) \\ y = t \cos t \end{cases}$ 确定, 则 $y'|_{t=\pi} =$ _____
- 3、 $y = x^2 \sin x$, 则 $y^{(2009)}(0) =$ _____
- 4、设 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - ax^2 - x + 4}{x - 1} = A$, 则 $a =$ _____, $A =$ _____
- 5、曲线 $y = \ln x$ 上一点 P 的切线经过原点, 则点 P 的坐标为_____

6、 $y = xe^{\frac{1}{x^2}}$ 的铅直渐近线是_____

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 6 分，满分 30 分，应写出演算过程及相应文字说明）

1、
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4\sin^2 \frac{x}{2}}}{x}$$

2、
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{(e^x - 1)(\sqrt[3]{1+x^2} - 1)}$$

3、已知 $y = \ln(e^x + \sqrt{1+e^{2x}})$ ，求 y'

4、 $y(x)$ 由方程 $y = \tan(x+y)$ 确定，求 y''

5、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{a \ln(1+x)}{x}, & x > -1, x \neq 0 \\ b, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导且 $f'(0)=1$ ，求常数 a, b 的值

四、求函数 $y = x + \frac{x}{x^2 - 1}$ 的单调区间，极值，凹凸区间，拐点，渐近线，并作出函数的图形。（本题 10 分）

五、设抛物线 $y = 4 - x^2$ 上有两点 $A(-1, 3)$ ， $B(3, -5)$ ，在弧 AB 上，求一点 $P(x, y)$ 使三角形 ABP 的面积最大。（本题 6 分）

六、证明题（本题共两小题，每题 3 分，满分 6 分）

1、证明当 $x > 0$ 时， $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$

2、设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可微，且 $f(a) = f(b) = 0$ ，证明：对 $\forall \lambda \in R$ ，

$\exists c \in (a, b)$ ，使得 $f'(c) = \lambda f(c)$

10 浙江理工大学 2010-2011 学年第 1 学期《高等数学 A1》期中试题

一 选择题 (每小题 4 分, 共 28 分)

1. 当 $x \rightarrow a$ 时, $f(x)$ 是 (), 则必有 $\lim_{x \rightarrow a} (x-a)f(x) = 0$

A. 任意函数 B. 无穷小量 C. 无界函数 D. 无穷大量

2. 设函数 $f(x) = (1-x)^{\cot x}$, 则定义 $f(0)$ 为 () 时 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续。A. $\frac{1}{e}$ B. e C. $-e$ D. 无论怎样定义 $f(0)$, $f(x)$ 在 $x=0$ 也不连续。

3. 下列等式成立的是 ()

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ C. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$ 4. 若 $f(x) = \begin{cases} 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x = 1 \\ 1+x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ()$

A. 0 B. 1 C. 2 D. 不存在

5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{5}{3}} \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处 $f(x)$ ()

A. 不连续 B. 连续, 但不可导 C. 可导, 但导数不连续 D. 可导, 且导数连续

6. 设 $f(x) = -f(-x)$, 且在 $(0, +\infty)$ 内二阶可导, 又 $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 内的单调性和图形的凹向是 ()

A. 单调增, 向上凹 B. 单调减, 向上凹 C. 单调增, 向上凸 D. 单调减, 向上凸

7. 函数 $f(x) = (x^2 - x - 2)|x^3 - x|$ 不可导点的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

一、填空题 (每小题 5 分, 共 25 分)

1. 设 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 1$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{(x-1)(x+2)} = \underline{\hspace{2cm}}$.3. 设 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x > 1 \\ x^3, & x \leq 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.4. 要使函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ 在 $x=0$ 处连续, 则须定义 $f(0)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设函数 $f(x)$ 当 $x \neq 0$ 时满足 $f(x^3) + 2f\left(\frac{1}{x^3}\right) = 3x$ ，则 $f'(1) =$ _____.

二、试解下列各题（每小题 6 分，共 24 分）

1. 求极限： $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\ln(1+x)] \tan 3x}{x \sin 2x}$

2. 求极限： $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$

3. 设 $\begin{cases} x = a(\sin t - t \cos t) \\ y = a(\cos t + t \sin t) \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx}$ ， $\frac{d^2y}{dx^2}$

4. 已知 $y = x \arctan x - \ln \sqrt{1+x^2}$, 求 dy

三、证明题

(1) (4 分) 当 $x > 0$ 时, 则 $e^x > 1+x$

(2) (4 分) 设 $\varphi(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $\varphi(0)=0$, $\varphi(1)=1$ 。证明: 对

任意正整数 a, b , 必存在 $(0,1)$ 内的两个数 ξ 与 η , 使 $\frac{a}{\varphi'(\xi)} + \frac{b}{\varphi'(\eta)} = a+b$

五、（5 分）设 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上具有连续导数，对于 $[0,1]$ 上的每一个 x ，函数 $f(x)$ 的值都在开区间 $(0,1)$ 内，且 $f'(x) = 1$ ，证明在开区间 $(0,1)$ 内有且仅有一个 x ，使 $f(x) = x$

六、（10 分）求函数 $y = \frac{(x+1)^2}{x}$ 的定义域、单调区间、极值、曲线的凹凸区间以及渐近线并作图。

高等数学试题资料目录

- 1 高等数学 A1 期中试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 2 高等数学 A1 期中试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 3 高等数学 A1 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 4 高等数学 A1 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 5 高等数学 A1 期末试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 6 高等数学 A1 期末试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 7 高等数学 A1 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 8 高等数学 A1 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 9 高等数学 A2 期中试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 10 高等数学 A2 期中试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 11 高等数学 A2 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 12 高等数学 A2 期中试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 13 高等数学 A2 期末试题汇编 1~10 套（试卷册）（第二版）
- 14 高等数学 A2 期末试题汇编 1~10 套（答案册）（第二版）
- 15 高等数学 A2 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 16 高等数学 A2 期末试题汇编 11 套及以后（试卷册）（第二版）
- 17 高等数学 A1 期中试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 18 高等数学 A1 期中试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 19 高等数学 A1 期末试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 20 高等数学 A1 期末试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 21 高等数学 A2 期中试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 22 高等数学 A2 期中试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）
- 23 高等数学 A2 期末试题汇编五套精装版（试卷册）（第二版）
- 24 高等数学 A2 期末试题汇编五套精装版（答案册）（第二版）